

Учреждение образования  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»

# НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Методические указания и индивидуальные задания  
для самостоятельных работ  
студентов технических специальностей

Минск 2010

**БІБЛІЯТЭКА**  
Беларускага дзяржаўнага  
тэхналагічнага ўніверсітэта

## ВВЕДЕНИЕ

Для успешного усвоения знаний по начертательной геометрии большое значение имеют самостоятельные графические работы.

Программой дисциплины для студентов механических специальностей 1-36 05 01 «Машины и оборудование лесного комплекса», 1-36 06 01 «Полиграфическое оборудование», 1-36 07 01 «Машины и аппараты химических производств, предприятий строительных материалов», 1-36 01 08 «Конструирование и производство изделий из композиционных материалов» предусмотрено три домашних задания.

Ограниченное количество учебных часов, отведенных на изучение начертательной геометрии, не позволяет достаточно полно объяснять домашние графические задания. Кроме того, отсутствие методических пособий затрудняет самостоятельную работу студентов и изучение материала.

В данном издании приведены содержание задач домашних заданий и примеры их выполнения.

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

К выполнению каждой задачи домашних заданий студент приступает после изучения соответствующих разделов курса. При этом следует применять такой метод решения задач, который приводит к получению результата наиболее рациональным путем.

Каждое построение выполняется карандашом на листах чертежной бумаги формата А3 размером 297×420 мм или А4 размером 210×297 мм. Все основные и вспомогательные построения должны быть сохранены.

Форматы чертежей А3 и А4 по ГОСТ 2.301–68 (Ст СЭВ 1181–78) и расположение основной надписи приведены на рис. 1. Основная надпись по форме 1 в соответствии с ГОСТ 2.104–68 (Ст СЭВ 140–74, Ст СЭВ 356–76) и пример ее заполнения приведены на рис. 2.

Чертежи задач должны быть выполнены в масштабе 1 : 1; толщина и типы линии принимаются в соответствии с ГОСТ 2.303–68 (Ст СЭВ 1178–78). Заполнение надписи и все буквенные и цифровые обозначения выполняются стандартным шрифтом в соответствии с ГОСТ 2.304–81 (Ст СЭВ 851–78, Ст СЭВ 855–78).

## ЗАДАНИЕ 1

*Задача 1.* Построить линию пересечения треугольников  $ABC$  и  $EDK$  и показать их видимость в проекциях.

*Указания.* Данные по вариантам принимаются из табл. 1. Задача решается в двух ортогональных проекциях: горизонтальной и фронтальной на одном листе формата А4 или А3. Плоские фигуры треугольников принимаются непрозрачными.

Таблица 1

Данные к задаче 1 (размеры даны в мм)

Номер варианта	A			B			C			D			E			K			
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	
1	115	10	75	50	75	10	0	45	65	135	35	5	70	85	90	15	0	35	
2	20	10	70	80	80	5	135	50	66	65	85	90	0	35	0	120	0	30	
3	115	10	80	50	80	10	0	50	75	70	85	100	135	35	10	15	0	40	
4	120	80	10	50	15	80	0	70	50	70	100	85	135	10	35	15	40	0	
5	115	80	10	50	15	80	0	80	45	130	10	35	10	40	0	65	90	80	
6	20	75	10	80	100	5	135	20	50	120	35	0	0	5	35	70	90	85	
7	20	20	75	80	100	5	135	30	40	65	0	0	0	90	50	120	60	85	
8	20	75	20	85	5	85	135	40	20	65	20	0	0	50	90	120	85	50	
9	115	10	25	50	80	95	0	50	30	70	85	5	135	35	95	15	0	65	
10	20	10	30	85	80	100	135	50	40	65	85	10	0	35	100	120	0	70	
11	130	5	20	0	5	70	50	70	10	30	0	10	130	50	45	75	70	70	
12	130	20	20	60	0	70	30	75	10	0	5	15	135	35	30	110	75	75	
13	120	15	20	40	0	80	20	55	20	0	10	25	130	25	35	90	55	70	
14	125	80	5	80	10	80	15	20	5	130	30	35	25	60	60	0	5	15	
15	125	10	10	0	10	60	50	70	0	130	50	35	75	70	60	30	0	0	
16	110	65	25	90	10	80	20	20	15	135	35	45	30	60	70	0	5	25	
17	130	5	15	0	10	65	50	70	5	30	0	5	130	50	35	75	75	65	
18	130	15	15	0	15	65	50	80	5	30	10	5	130	30	30	75	80	75	
19	0	10	80	50	75	20	130	10	30	30	5	20	135	55	50	75	75	80	
20	115	10	80	50	75	15	0	45	70	70	85	100	135	35	10	15	0	40	
21	120	10	80	50	80	10	0	50	75	70	85	100	135	35	10	15	0	35	
22	135	0	0	50	10	80	0	100	50	70	100	85	135	10	35	15	40	0	
23	120	35	30	0	25	80	50	90	20	30	20	20	75	90	80	130	70	55	
24	0	30	20	115	75	20	100	20	80	115	25	10	5	50	55	65	80	80	
25	50	90	0	0	125	30	10	0	25	65	30	20	0	75	90	60	130	70	35
26	20	30	10	110	85	20	90	20	75	135	45	40	35	80	75	0	10	20	
27	125	65	25	80	10	65	20	25	20	135	5	30	40	80	65	0	35	35	
28	90	10	90	15	20	25	110	80	25	130	35	55	30	70	90	0	5	30	
29	110	50	60	50	0	80	10	60	30	135	35	70	25	15	10	0	80	70	
30	0	0	80	50	80	15	130	15	35	30	10	15	130	50	50	70	70	80	
31	115	20	70	40	60	10	0	40	60	60	80	90	120	40	30	15	0	20	
32	120	15	90	40	70	15	0	45	70	60	70	100	130	45	30	15	20	30	

## Основные теоретические положения и пример решения задачи 1

Две плоскости пересекаются по прямой линии. Для построения линии их пересечения необходимо определить две точки, принадлежащие одновременно двум плоскостям.

Чтобы построить линию пересечения заданных треугольников  $ABC$  и  $EDK$ , применяют наиболее простой способ решения такой задачи, при котором одну плоскость треугольника рассматривают как две прямые. Задача в этом случае сводится к определению точек  $M$  и  $N$  пересечения сторон  $AB$  и  $CB$  треугольника  $ABC$  с плоскостью треугольника  $EDK$  (рис. 3).

Для построения точки пересечения прямой с данной плоскостью необходимо: а) через данную прямую провести вспомогательную проецирующую плоскость; б) построить линию пересечения вспомогательной плоскости с заданной; в) найти точку пересечения построенной линии с заданной прямой, которая и будет искомой.

Чтобы построить точку  $M$  ( $M'$ ,  $M''$ ) пересечения прямой  $AB$  с плоскостью треугольника  $EDK$  (рис. 3), проводим через заданную прямую  $AB$  вспомогательную плоскость, например фронтально-проецирующую  $\alpha$  ( $\alpha''$ ). Строим линию пересечения плоскости  $\alpha$  с треугольником  $EDK$ . Фронтальная проекция линии пересечения совпадает с фронтальным следом плоскости  $\alpha''$  и определяется точками  $1''$  и  $2''$ , лежащими на стороне  $E''D''$  и  $E''K''$ .

По линиям связи исходя из условия принадлежности точек сторонам треугольника находим горизонтальную проекцию линии пересечения плоскости  $\alpha$  с треугольником  $EDK$  – точки  $1'$  и  $2'$ . Горизонтальная проекция линии пересечения пересекает горизонтальную проекцию  $A'B'$  в точке  $M'$ , которая и будет горизонтальной проекцией точки  $M$  пересечения прямой  $AB$  с плоскостью треугольника  $EDK$ . Фронтальная проекция  $M''$  определяется по линии связи на фронтальной проекции  $A''B''$ .

Аналогично с помощью фронтально-проецирующей плоскости  $\beta$  ( $\beta''$ ), проведенной через прямую  $CB$ , определяем точку  $N$  ( $N'$ ,  $N''$ ). Линия  $MN$  ( $M'N'$ ,  $M''N''$ ) – искомая линия пересечения треугольников  $ABC$  и  $EDK$  (рис. 3).

Видимость проекций прямой и плоскости определяется с помощью конкурирующих точек. Конкурирующими называются точки, лежащие на одном перпендикуляре (проецирующем луче) к одной из плоскостей проекций.

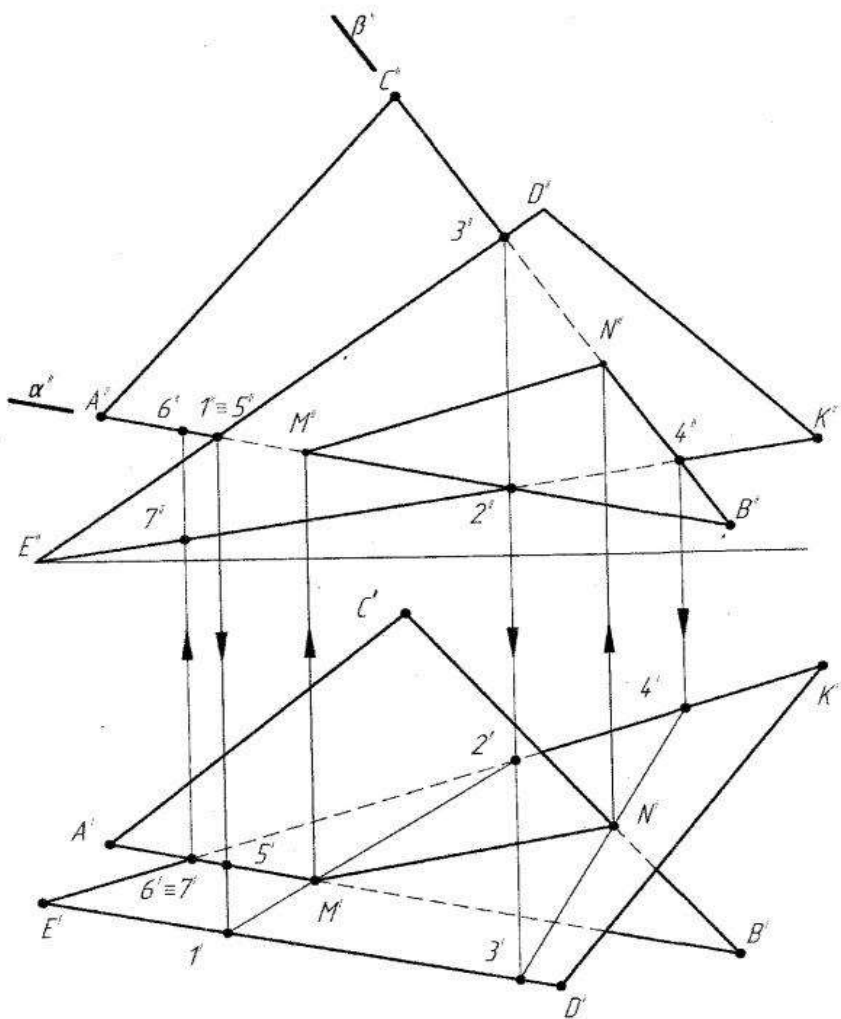


Рис. 3

Определяем видимость фронтальных проекций прямой  $AB$  и треугольника  $EDK$ . Возьмем, например, две скрещивающиеся прямые –  $AB$  и сторону треугольника  $ED$  (рис. 3).

Точка пересечения фронтальных проекций  $A''B''$  и  $E''D''$  является проекцией двух конкурирующих точек 1 и 5, лежащих на одном перпендикуляре к фронтальной плоскости проекций. Задаемся условием, что точка 5 принадлежит прямой  $AB$ , а точка 1 – стороне  $ED$ .

Сравнивая горизонтальные проекции этих точек, отмечаем, что точка 1 удалена дальше от плоскости  $\pi$ , чем точка 5. Таким образом, на плоскости  $\pi$  проекция  $E''D''$  накрывает проекцию  $A''B''$  и на участке от точки 1 ( $1''$ ) до точки  $M$  ( $M''$ ) (рис. 3) проекция  $A''B''$  будет невидимой.

Выявляем видимость горизонтальных проекций прямой  $AB$  и треугольника  $EDK$ . Возьмем, например, две скрещивающиеся прямые  $AB$  и  $EK$  (рис. 3). Видимость горизонтальных проекций этих прямых определяется исходя из видимости конкурирующих точек 6 и 7. Сравнивая фронтальные проекции точек 6 и 7, отмечаем, что точка 6'', принадлежащая прямой  $AB$ , располагается выше точки 7''. Таким образом, на горизонтальной плоскости проекций  $\pi$  проекция  $A'B'$  накрывает проекцию  $E'K'$  и на участке от точки  $A(A')$  до точки  $M(M')$  проекция  $A'B'$  будет видимой (рис. 3)

Аналогично определяем видимость стороны  $CB$  и треугольника  $EDK$ .

Пример решения данной задачи приведен на рис. 3.

**Задача 2.** Даны координаты вершин пирамиды  $SABC$ . Определить: а) кратчайшее расстояние между ребрами  $SA$  и  $BC$ ; б) величину двугранного угла при ребре  $AB$ .

**Указания.** Задача решается методом перемены плоскостей проекции на чертежной бумаге формата А3. Данные по вариантам принимаются из табл. 2.

### Основные теоретические положения и примеры решения задачи 2

Ребра  $SA$  и  $BC$  пирамиды  $SABC$  представляют собой две скрещивающиеся прямые. Кратчайшее расстояние между ними определяется величиной общего перпендикуляра к заданным прямым.

Если одна из скрещивающихся прямых будет перпендикулярна какой-либо плоскости проекций, то общий перпендикуляр окажется параллелен той же плоскости проекций. Перпендикуляр в этом случае спроецируется на плоскость без искажения. В общем случае, когда

каждая из скрещивающихся прямых не параллельна ни одной из плоскостей проекций, задача сводится к преобразованию чертежа, в результате чего одна из прямых преобразуется в проецирующую.

Таблица 2

Данные к задачам 2 и 3 (размеры даны в мм)

Номер варианта	S			A			B			C			Угол наклона $ABC$ к плоскости проекций $\alpha$ или $\beta$
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	
1	75	60	55	45	0	55	5	45	10	70	15	0	$\alpha$
2	70	65	50	50	0	50	10	45	10	75	15	0	$\alpha$
3	35	50	0	65	5	20	10	15	0	0	55	30	$\alpha$
4	65	45	0	75	0	20	5	15	10	55	30	50	$\alpha$
5	55	10	55	35	60	40	5	25	15	60	30	10	$\alpha$
6	65	10	10	45	15	45	0	5	15	60	65	0	$\beta$
7	15	0	15	85	20	10	50	0	70	5	45	40	$\beta$
8	70	70	55	40	10	55	0	55	10	65	25	0	$\beta$
9	20	45	50	10	10	20	55	10	50	80	60	0	$\beta$
10	75	50	5	80	15	50	40	0	0	15	45	20	$\beta$
11	60	10	20	45	15	55	0	5	25	60	60	10	$\alpha$
12	75	25	55	45	65	25	0	10	65	60	10	25	$\alpha$
13	60	40	35	75	20	0	30	10	50	10	45	20	$\alpha$
14	75	25	20	45	25	50	0	15	15	60	70	25	$\alpha$
15	60	45	60	75	25	5	30	15	55	10	50	25	$\alpha$
16	75	20	15	60	60	25	45	5	65	5	5	25	$\alpha$
17	65	5	20	50	10	55	5	0	25	65	55	10	$\beta$
18	20	50	45	10	20	10	55	50	10	80	0	60	$\beta$
19	65	5	40	75	25	0	5	15	15	55	55	30	$\beta$
20	70	45	5	80	0	25	10	15	15	60	30	55	$\beta$
21	65	50	60	45	55	0	5	10	40	70	0	10	$\alpha$
22	35	5	80	65	20	0	0	60	50	10	0	10	$\alpha$
23	60	20	10	45	55	15	0	25	5	60	10	60	$\alpha$
24	75	25	5	60	65	15	45	10	55	5	10	15	$\alpha$
25	65	20	10	50	55	15	5	25	5	65	10	60	$\alpha$
26	75	10	25	60	20	65	45	60	10	5	20	10	$\beta$
27	75	15	20	60	25	60	45	65	55	5	25	5	$\beta$
28	55	50	10	35	35	60	5	60	25	60	5	30	$\beta$
29	65	65	55	45	5	55	5	45	10	70	15	0	$\beta$
30	75	65	55	45	5	55	5	50	10	70	20	0	$\beta$
31	65	15	30	40	10	50	0	35	20	30	50	10	$\alpha$
32	70	40	35	45	5	60	30	55	5	10	35	15	$\alpha$

На рис. 4 приведено решение задачи по определению кратчайшего расстояния между прямыми  $SA$  и  $BC$ . Искомая величина расстояния получена посредством двойной перемены плоскостей проекций.

Заданные прямые  $SA$  и  $BC$  сначала спроецированы на новую вертикальную плоскость  $\pi_1$ , параллельную прямой  $BC$ . Затем прямые  $SA$  и  $BC$  спроецированы на новую горизонтальную плоскость  $\pi_2$ , перпендикулярную той же прямой  $BC$ .

На плоскости проекций  $\pi_2$ , прямая  $BC$  спроецируется в точку  $B^V \equiv C^V$ , а перпендикуляр  $M^V N^V$ , опущенный из этой точки на проекцию  $S^V A^V$ , будет определять действительную величину расстояния между прямыми  $SA$  и  $BC$ . Методом обратного проецирования определены проекции отрезка  $MN$  на плоскостях  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  и  $\pi_3$ . Точка  $N^{IV}$  найдена по линии связи, точка  $M^{IV}$  – в пересечении перпендикуляра, опущенного из точки  $N^{IV}$  к  $B^{IV} C^{IV}$ , оставшиеся проекции точек определяются по линиям связи.

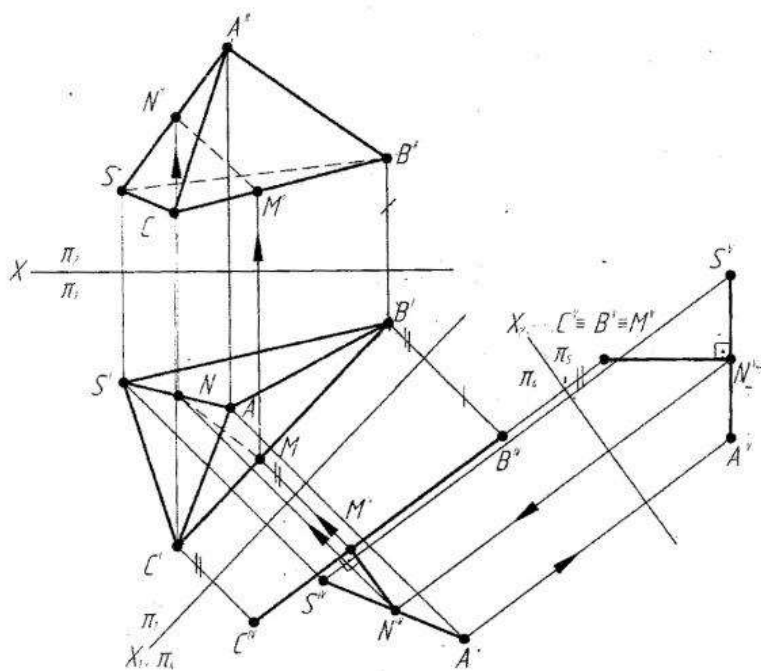


Рис. 4



При решении задач по определению действительной величины двухгранного угла (рис. 5) следует исходить из того, что угол между двумя плоскостями измеряется линейным углом, спроецированным на плоскость  $\pi_1$ , перпендикулярную ребру  $AB$  ( $A^{IV} B^{IV}$ ).

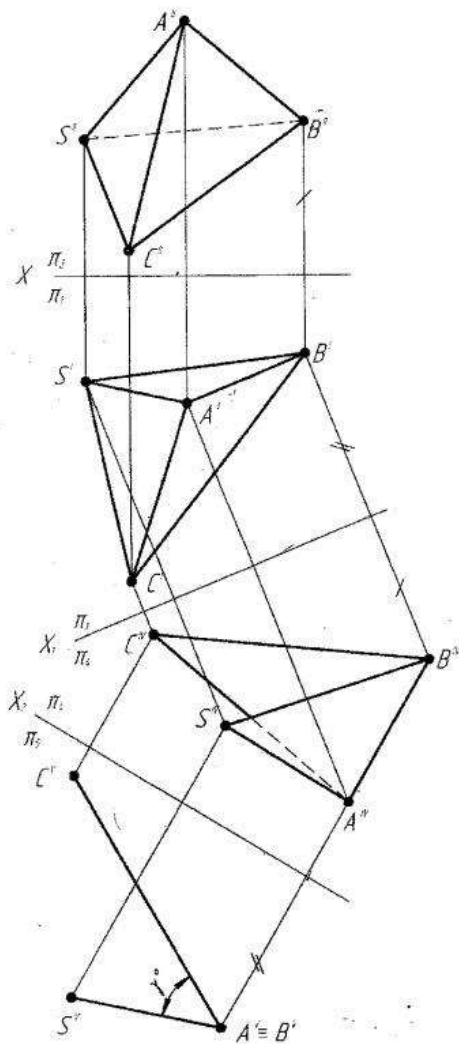


Рис. 5

На рис. 5 приведено решение задачи по определению величины двухгранного угла, образованного гранями  $SAB$  и  $SAC$  при ребре  $AB$  методом последовательной перемены плоскостей проекций. При этом преобразуем систему плоскостей  $\pi_2$  и  $\pi_1$  в такую, в которой отрезок  $AB$  станет проецирующим.

Сначала заменим плоскость  $\pi_2$  на  $\pi_4$ , параллельную отрезку  $AB$ , а затем – плоскость  $\pi_1$  на  $\pi_3$ , перпендикулярную отрезку  $AB$ . На плоскость  $\pi_3$  ребро  $AB$  спроецируется в виде точки, а грани  $SAB$  и  $SAC$  – в виде прямых линий. Угол  $\gamma$  между этими прямыми определяет действительную величину искомого угла.

**Задача 3.** Даны координаты вершин пирамиды  $SABC$ , те же, что и для задачи 2. Определить: а) расстояние от вершины  $S$  до плоскости основания  $ABC$ ; б) угол наклона основания  $ABC$  к одной из плоскостей проекций; в) действительную величину основания  $ABC$ .

**Указания.** Задача решается на чертежной бумаге формата А3 методом плоскопараллельного перемещения и вращением вокруг проецирующих прямых.

Угол наклона основания  $ABC$  к горизонтальной плоскости проекций обозначен через  $\alpha^\circ$ , к фронтальной плоскости проекций – через  $\beta^\circ$ .

Данные по вариантам принимаются из табл. 2.

### Основные теоретические положения и примеры решения задачи 3

Расстояние от точки до плоскости определяется величиной перпендикуляра, опущенного из точки на плоскость. Следовательно, решение этой задачи в общем случае состоит из следующих графических построений: 1) из точки  $S$  опускаем перпендикуляр на плоскость основания  $ABC$ ; 2) определяем точку  $K$  пересечения этого перпендикуляра с плоскостью основания  $ABC$ ; 3) определяем действительную величину отрезка  $SK$ .

Решение задачи значительно упрощается, если плоскость занимает проецирующее положение по отношению к плоскостям проекций. В этом случае отрезок перпендикуляра спроецируется без искажения, т. е. в натуральную величину, на ту плоскость проекций, относительно которой данная плоскость является проецирующей.

Отсюда следует, что для решения поставленной задачи нужно преобразовать данную плоскость основания в проецирующую. При этом определяется и угол наклона плоскости основания к одной из плоскостей проекций: если плоскость основания занимает фронтально-проецирующее положение, то определяется угол  $\alpha^\circ$  – угол наклона

плоскости основания к горизонтальной плоскости проекций; если же плоскость основания занимает горизонтально-проецирующее положение, то определяется угол  $\beta^\circ$  – угол наклона плоскости основания к фронтальной плоскости проекций.

Таким образом, решение задачи по определению расстояния от точки  $S$  до плоскости основания  $ABC$  при условии определения угла  $\alpha^\circ$  наклона плоскости основания к горизонтальной плоскости проекций состоит в следующем (рис. 6).

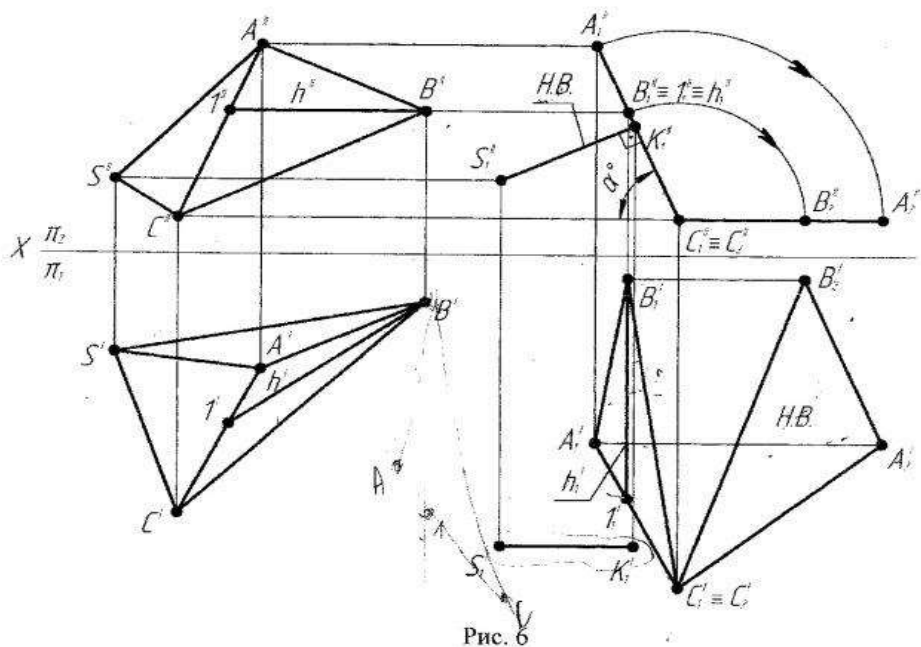


Рис. 6

Плоскость основания  $ABC$  методом плоскопараллельного перемещения переводим в положение  $A'B'C'$ , фронтально-проецирующей плоскости. Для этого проводим в плоскости треугольника  $ABC$  горизонталь  $h(h', h'')$  и располагаем в новом положении горизонтальную проекцию  $A'B'C'$ , основания таким образом, чтобы горизонтальная проекция горизонтали  $h'$ , была перпендикулярна оси  $X$ . Перемещаем в новое положение  $S'$  и горизонтальную проекцию точки  $S$  как одно целое с треугольником  $A'B'C'$ . Затем определяем фронтальные проекции точки

$S''$ , и треугольника  $A''B''C''$  в перемещенном положении. Фронтальная проекция  $A''B''C''$ , изображится при этом в виде отрезка прямой.

Перпендикуляр  $S''K''$ , опущенный из точки  $S''$  на вырожденную фронтальную проекцию  $A''B''C''$ , определяет искомое расстояние. Угол между вырожденной фронтальной проекцией  $A''B''C''$  и горизонтальной линией, параллельной оси  $X$ , является искомым углом наклона  $\alpha$ .

Решение этой задачи, но при условии определения угла наклона плоскости основания  $ABC$  к фронтальной плоскости проекций приведено на рис. 7.

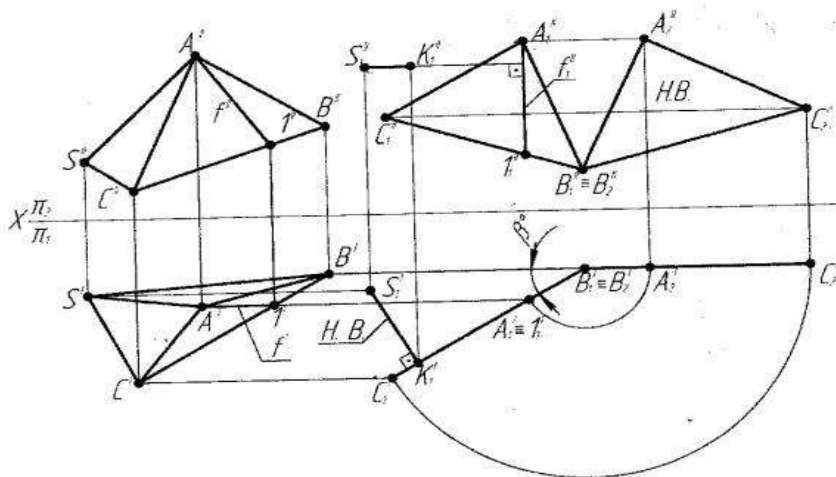


Рис. 7

В этом случае в плоскости основания  $ABC$  проводим фронталь  $f$  и методом плоскопараллельного перемещения переводим ее в положение горизонтально-проецирующей плоскости. Все остальные построения аналогичны предыдущему примеру и понятны из рис. 7. Перпендикуляр  $S'K'$ , опущенный из точки  $S'$  на вырожденную горизонтальную проекцию  $A'B'C'$  плоскости основания, определяет искомое расстояние, а угол между этой проекцией  $A'B'C'$  и горизонтальной линией, параллельной оси  $X$ , является искомым углом  $\beta$ .

Плоская фигура проецируется в свою действительную величину, т. е. без искажения, в случае, если данная плоскость будет параллельна одной из плоскостей проекций. Поэтому, чтобы определить действительную величину плоской фигуры, ее необходимо проецировать на одну из плоскостей проекций.

вительную величину основания  $ABC$ , необходимо эту плоскость преобразовать в плоскость уровня.

В наших примерах эта задача упрощается и сводится к преобразованию методом вращения плоскости основания, занимающего проецирующее положение  $A''B''C''$ , в первом случае (рис. 6) – в горизонтальную плоскость  $C''_2B''_2A''_2$ , во втором случае (рис. 7) – во фронтальную плоскость  $B'_2A'_2C'_2$ . Горизонтальная проекция  $C'_2B'_2A'_2$  на рис. 6 и фронтальная проекция  $B''_2A''_2C''_2$  на рис. 7 определяют действительную величину основания  $ABC$ .

## ЗАДАНИЕ 2

*Задача 4.* Построить горизонтальную и профильную проекции линии пересечения геометрического тела проецирующими плоскостями, его аксонометрическую проекцию и развертку боковой поверхности. Данные по вариантам приведены в прил. 1.

*Указания.* Задачу следует выполнять на бумаге формата А3. В левой половине листа в масштабе 1 : 1 построить условие задачи, взятое из табл. 3 согласно своему варианту. Достроить недостающие проекции точек и линий на горизонтальной проекции и по двум проекциям (фронтальной и горизонтальной) построить профильную проекцию. В правой половине листа над основной надписью построить аксонометрическую проекцию фигуры в прямоугольной изометрии согласно ГОСТ 2.317–69 (СГ СЭВ 1979–79). На другом формате – развертку боковой поверхности. Все вспомогательные построения на чертеже сохранить в тонких линиях.

### Основные теоретические положения и примеры решения задачи 4

Построение проекций фигуры, получаемой при пересечении геометрического тела плоскостями частного положения, сводится к построению недостающих проекций точек и линий, принадлежащих заданным поверхностям.

Рассмотрим построение горизонтальных проекций точек, принадлежащих поверхностям прямой призмы, пирамиды, прямого кругового цилиндра и конуса, если известны фронтальные проекции точек.

На рис. 8, *a* изображена трехгранная призма, в основании которой лежит треугольник  $ABC$ . На поверхности призмы, т. е. на ее гранях, расположены точки 1 ( $1'$ ,  $1''$ ) на грани  $AC$  ( $A'C'$ ,  $A''C''$ ), 2 ( $2'$ ,  $2''$ ) на грани  $AB$  ( $A'B'$ ,  $A''B''$ ) и точка 3 ( $3'$ ,  $3''$ ) на ребре  $C$  ( $C'$ ,  $C''$ ). Так как ка-

ждая грань призмы ( $AB$ ,  $BC$  и  $AC$ ) представляет собой горизонтально-проецирующую плоскость, то горизонтальные проекции точек будут совпадать с треугольником основания  $ABC$ : проекция  $1'$  – на  $A'C'$ , проекция  $2'$  – на  $A'B'$ , проекция  $3'$  – на ребре  $C'$ , т. е. строятся с помощью линий связи.

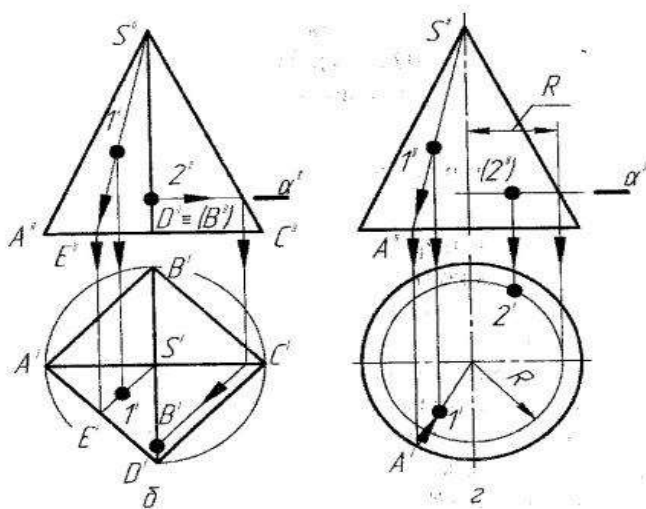
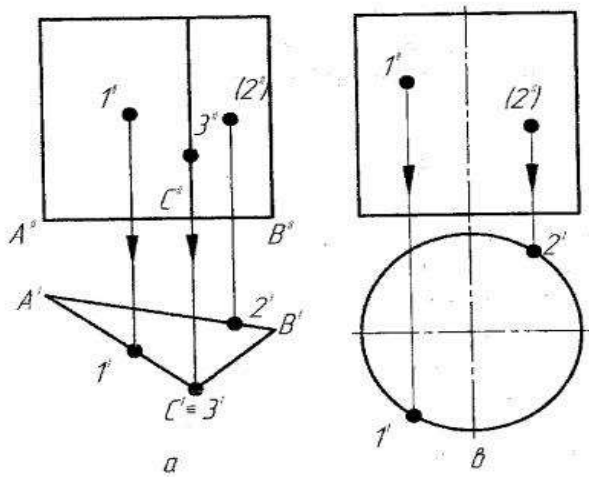


Рис. 8

На рис. 8, б изображена четырехугольная пирамида  $SABCD$ . На поверхности ее расположены точки 1 ( $1', 1''$ ) – на грани  $SAD$  ( $S'A'D', S''A''D''$ ) и 2 ( $2', 2''$ ) – на ребре  $SD$  ( $S'D', S''D''$ ).

Построение горизонтальной проекции точки можно выполнить с помощью вспомогательной прямой (например,  $SE$  ( $S'E', S''E''$ )), проходящей через точку 1 ( $1', 1''$ ), или с помощью горизонтальной плоскости (например,  $\alpha$  ( $\alpha''$ )), проходящей через точку 2 ( $2''$ ). Горизонтальная проекция точки 1 ( $1'$ ) построена с помощью линии связи на горизонтальной проекции прямой  $SE$  ( $S'E'$ ). Горизонтальная проекция точки 2 ( $2'$ ) построена с помощью линии связи на горизонтальной проекции линии пересечения плоскости  $\alpha$  с пирамидой  $SABC$  (пример решения показан на рис. 8, б).

На рис. 8, в изображен прямой круговой цилиндр. На боковой поверхности его расположены точки 1 ( $1', 1''$ ) – на передней поверхности, 2 ( $2', 2''$ ) – на задней поверхности. Так как боковая поверхность цилиндра является проецирующей по отношению к горизонтальной плоскости проекций, то горизонтальные проекции точек будут совпадать с окружностью основания цилиндра и строиться с помощью линий связи.

На рис. 8, г изображен конус, на боковой поверхности которого расположены точки 1 ( $1', 1''$ ) – на передней поверхности, 2 ( $2', 2''$ ) – на задней поверхности. Построение горизонтальной проекции точки можно выполнить с помощью вспомогательной образующей (например,  $SA$  ( $S'A', S''A''$ )), проходящей через точку 1 ( $1''$ ), или с помощью вспомогательной горизонтальной плоскости (например,  $\alpha$  ( $\alpha''$ )), проходящей через точку 2 ( $2''$ ).

Горизонтальная проекция точки 1 ( $1'$ ) построена с помощью линии связи на горизонтальной проекции образующей  $SA$  ( $S'A'$ ). Горизонтальная проекция точки 2 ( $2'$ ) построена с помощью линии связи на горизонтальной проекции линии пересечения плоскости  $\alpha$  с конусом (пример решения показан на (рис. 8, г)).

**П р и м е р 1.** На рис. 9 построена линия пересечения трехгранной призмы фронтально-проецирующими плоскостями и ее аксонометрическая проекция. На фронтальной проекции участки плоскостей, которые составляют фигуру сечения, выделены точками и обозначены цифрами: 1''–2'', 2''–3'', 3''–4'', 4''–5''. Горизонтальные проекции выделенных точек будут совпадать с треугольником основания призмы, так как каждая грань призмы представляет собой горизонтально-проецирующую плоскость. Построение профильной проекции линии пересечения сводится к построению третьей проекции точки по двум заданным.

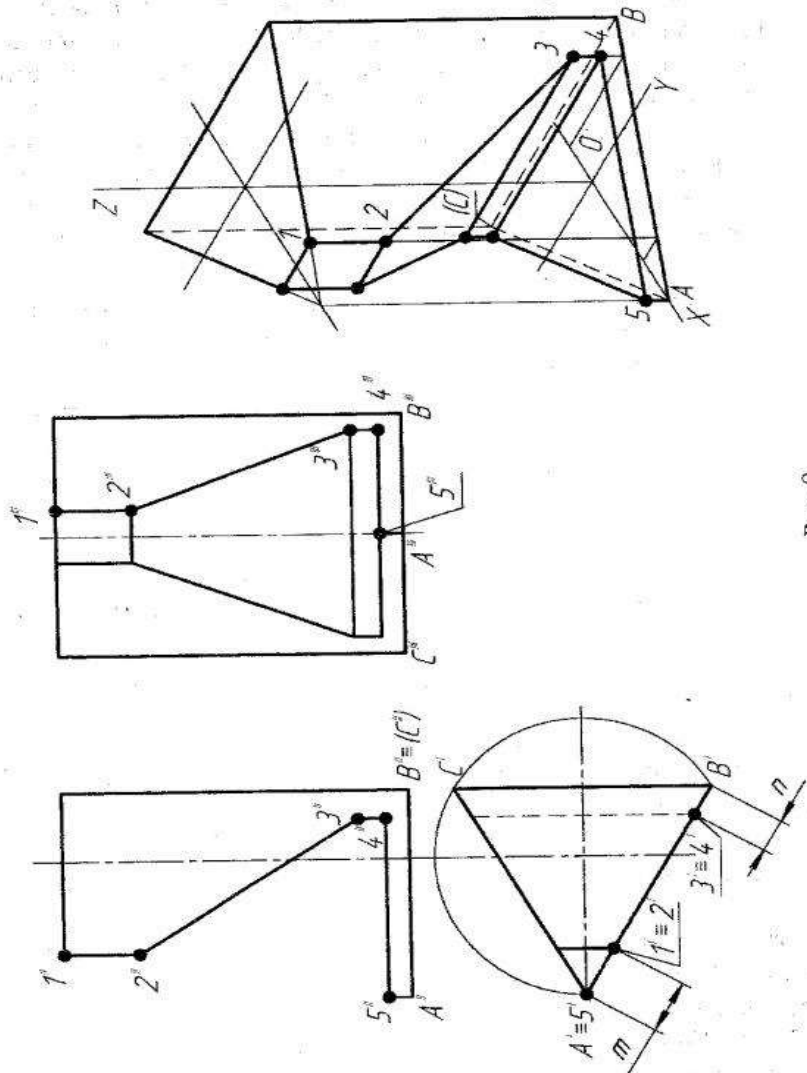


Рис. 9



АксонOMETрическая проекция призмы с заданным вырезом построена по точкам, ограничивающим контуры призмы и фигуру сечения. Для удобства чтения аксонOMETрической проекции вспомогательные построения показаны не полностью. Развертка боковой поверхности призмы приведена на рис. 10

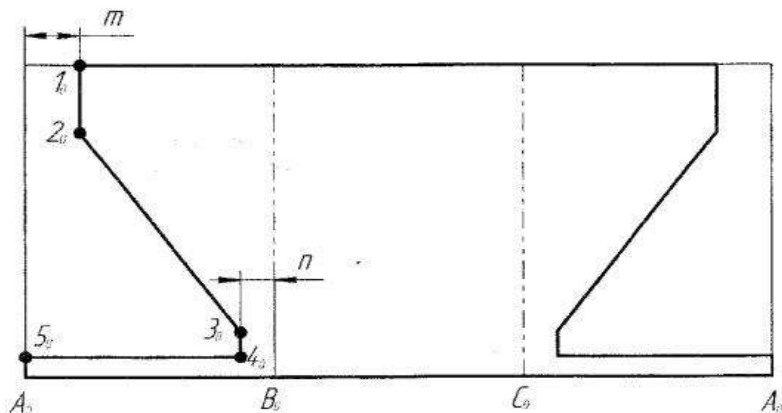


Рис. 10

Развертка выполнена способом раскатки. Призму разрезали по ребру  $A$  и поочередно соединили грани с плоскостью листа формата. Развертка боковой поверхности призмы представляет собой прямоугольник, одна сторона которого равна периметру основания, а другая – высоте призмы. Затем на гранях наносятся точки сечений, последовательно соединяются линиями и обводятся контуры развертки усеченной призмы. Линии сгиба изображаются штрихпунктирной линией с двумя точками.

Пример 2. На рис. 11 построена линия пересечения правильной шестигранной пирамиды фронтально-проецирующими плоскостями и ее аксонOMETрическая проекция. На фронтальной проекции участки плоскостей, которые составляют фигуру сечения, выделены точками и обозначены цифрами:  $1''-2''$ ,  $2''-3''$ ,  $3''-4''$ ,  $4''-5''$ . Горизонтальные проекции выделенных точек построены исходя из условия принадлежности точек поверхности пирамиды одним из известных способов – способом вспомогательных прямых или способом секущих плоскостей. Точки 1 и 5 найдены без дополнительных построений с помощью линий связи. Точки 2 и 4 могут быть построены с помощью профильной проекции пирамиды или с помощью вспомогательных секущих плоскостей.

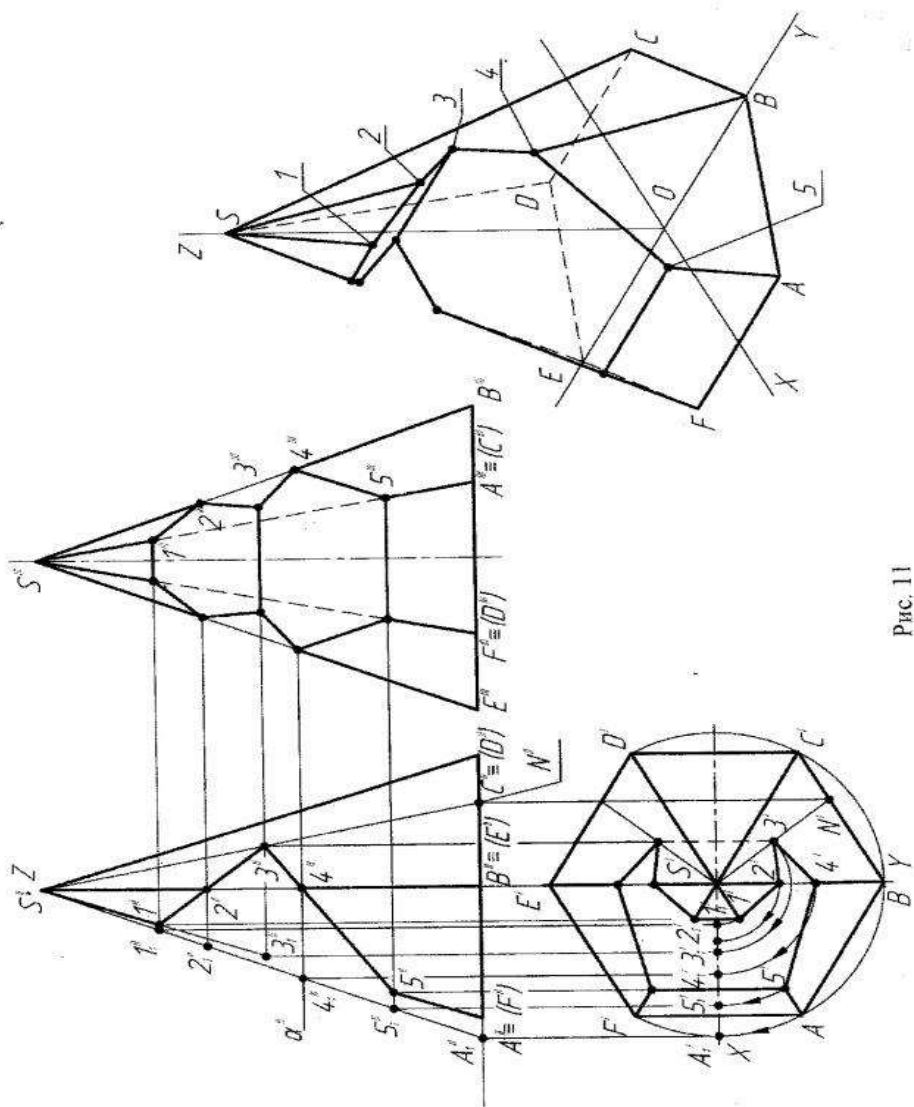


Рис. 11

Точка 3 построится с помощью вспомогательной прямой или вспомогательной горизонтальной секущей плоскости. Построение профильной проекции линии пересечения сводится к построению третьей проекции точки по двум заданным.

АксонOMETрическая проекция пирамиды построена по точкам.

Развертка боковой поверхности пирамиды приведена на рис. 12. Перед построением развертки необходимо определить натуральные величины всех ребер пирамиды и натуральные величины линий сечений. В примере все боковые ребра пирамиды имеют одинаковую величину и равны ребру  $S''B'''$  или  $S''E'''$  на профильной плоскости проекций. Ребра основания спроецированы в натуральную величину на горизонтальную плоскость проекций.

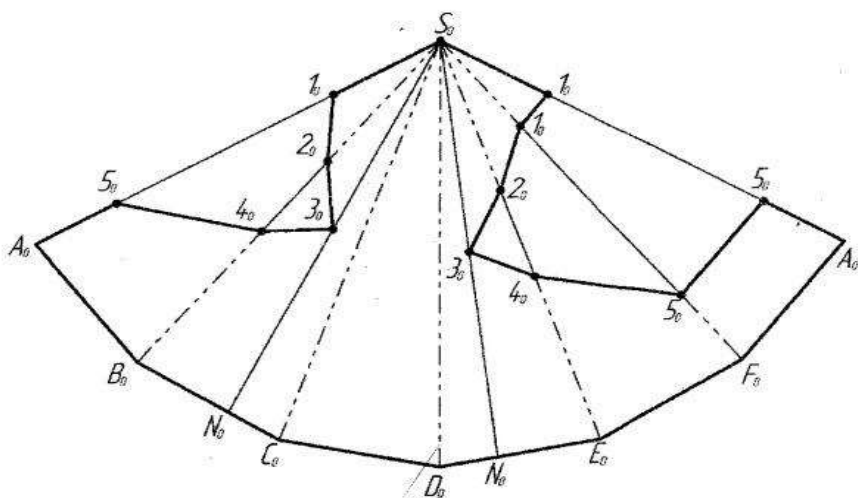


Рис. 12

Развертка боковой поверхности строится способом триангуляции (треугольников). Разрезав пирамиду по ребру  $SA$ , последовательно соединяем натуральные величины треугольников-граней. Определяем натуральные величины линий сечений  $S''1''$ ,  $S''2''$ ,  $S''3''$ ,  $S''4''$ ,  $S''5''$  способом вращения вокруг проецирующих прямых (или любым другим способом определения натуральной величины отрезка). Натуральные величины отрезков  $S2$ ,  $S4$  можно определить на профильной проекции  $S'''2'''$ ,  $S'''4'''$ , так как ребра  $S'''E'''$ ,  $S'''B'''$ , на которых находятся эти отрезки, спроецировались в натуральную величину. Нано-

сим точки сечений на развертку боковой поверхности пирамиды и последовательно соединяем линиями, обводим контуры развертки усеченной пирамиды. Боковые ребра изображаем линиями сгиба.

**П р и м е р 3.** На рис. 13 построена линия пересечения прямого кругового цилиндра фронтально-проецирующими плоскостями и его аксонометрическая проекция. На фронтальной проекции участки плоскостей, которые составляют фигуру сечения, выделены точками и обозначены цифрами: 1"-2", 2"-6", 6"-7". Плоскость 1-2 пересекает цилиндр по прямоугольнику, плоскость 2-6 – по эллипсу, плоскость 6-7 – по окружности. Для построения проекций участка эллипса выделен еще ряд промежуточных точек – 3", 4", 5". Горизонтальные проекции всех этих точек будут совпадать с окружностью основания цилиндра. Построение профильной проекции линии пересечения сводится к построению третьей проекции точки по двум заданным.

Аксонометрическая проекция цилиндра построена по точкам.

Развертка боковой поверхности цилиндра показана на рис. 14. Она представляет собой прямоугольник, одна сторона которого равна длине окружности основания, а вторая – высоте цилиндра. Для упрощения построения развертки боковой поверхности в цилиндр вписана двенадцатигранная призма (построение развертки производится аналогично разворачиванию призмы (см. рис. 10)).

**П р и м е р 4.** На рис. 16 построена линия пересечения конуса фронтально-проецирующими плоскостями и его аксонометрическая проекция. На фронтальной проекции участки плоскостей, которые составляют фигуру сечения, выделены точками и обозначены цифрами: 1"-5", 5"-7", 7"-8". Плоскость 1-6 пересекает конус по эллипсу, плоскость 6-8 – по гиперболе, плоскость 8-9 – по окружности. Для построения проекций участка эллипса выделен еще ряд промежуточных точек – 2", 3", 4", 5", для построения проекций участка гиперболы выделена промежуточная точка 7.

Горизонтальные проекции выделенных точек построены исходя из условия принадлежности точек поверхности конуса одним из известных способов – способом вспомогательных образующих или способом вспомогательных горизонтальных секущих плоскостей. Точки 1 и 9 найдены без дополнительных построений с помощью линий связи. Точка 4 может быть построена с помощью профильной проекции конуса.

Аксонометрическая проекция конуса построена по точкам.

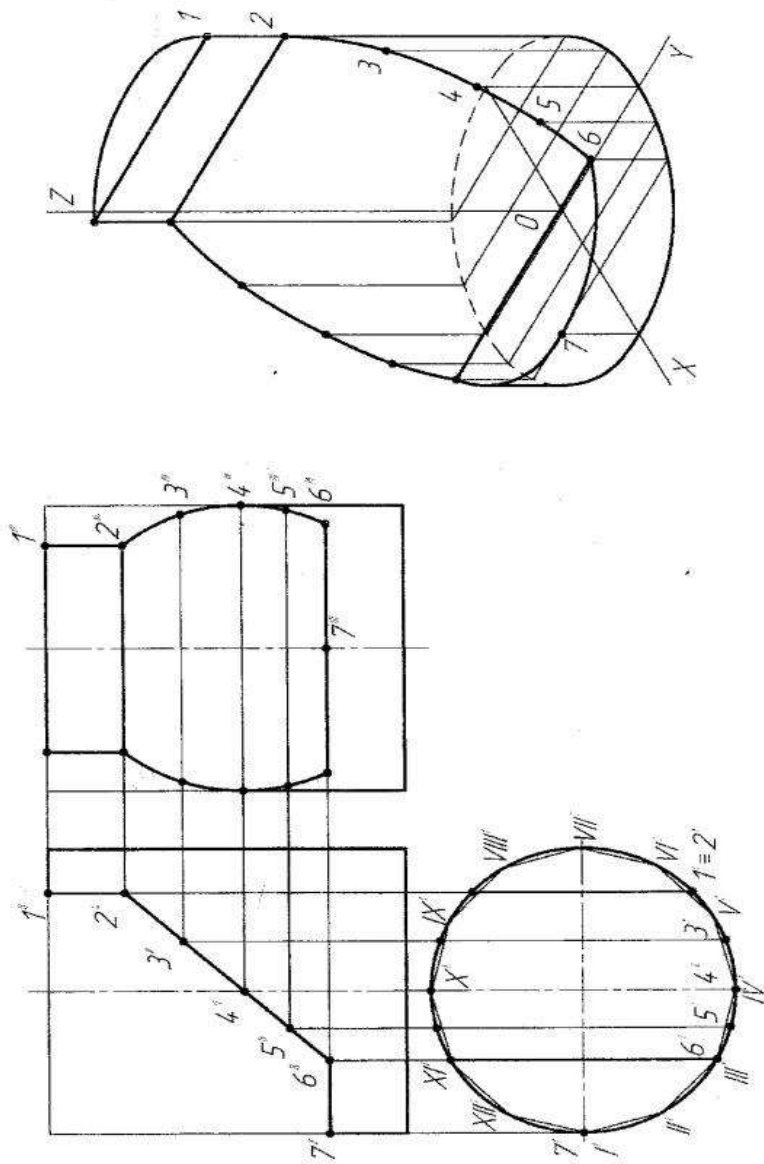


Рис. 13

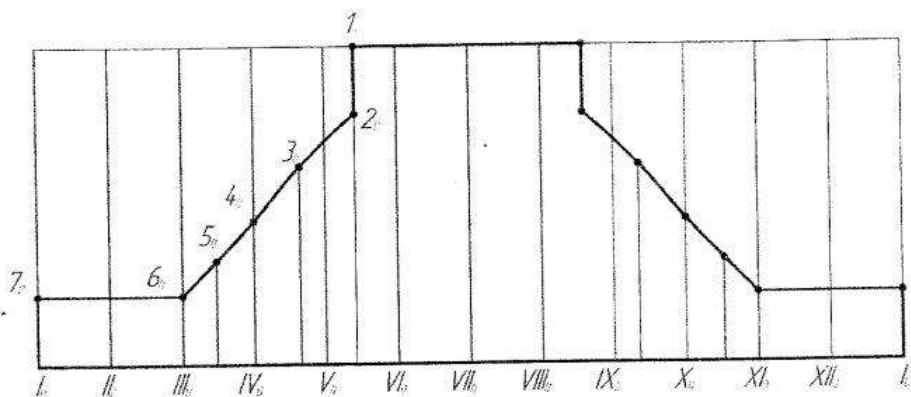


Рис. 14

Развертка боковой поверхности конуса (рис. 15) представляет собой сектор, радиус которого равен натуральной величине длины образующей с углом при вершине  $\varphi$ :

$$\varphi = \frac{D \cdot 360^\circ}{l_1},$$

где  $D$  – диаметр основания;  $l_1$  – длина образующей.

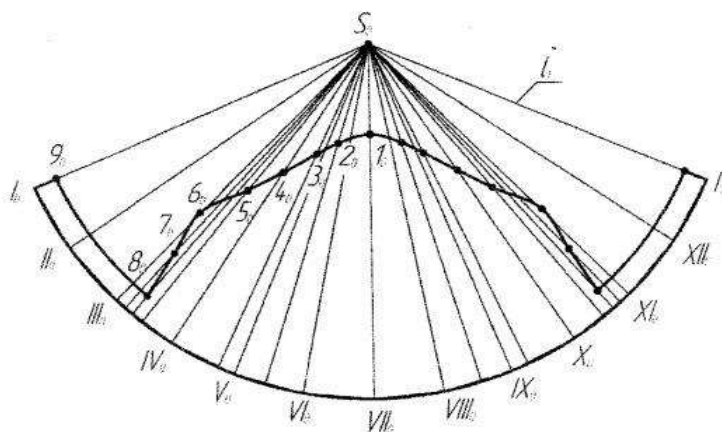


Рис. 15

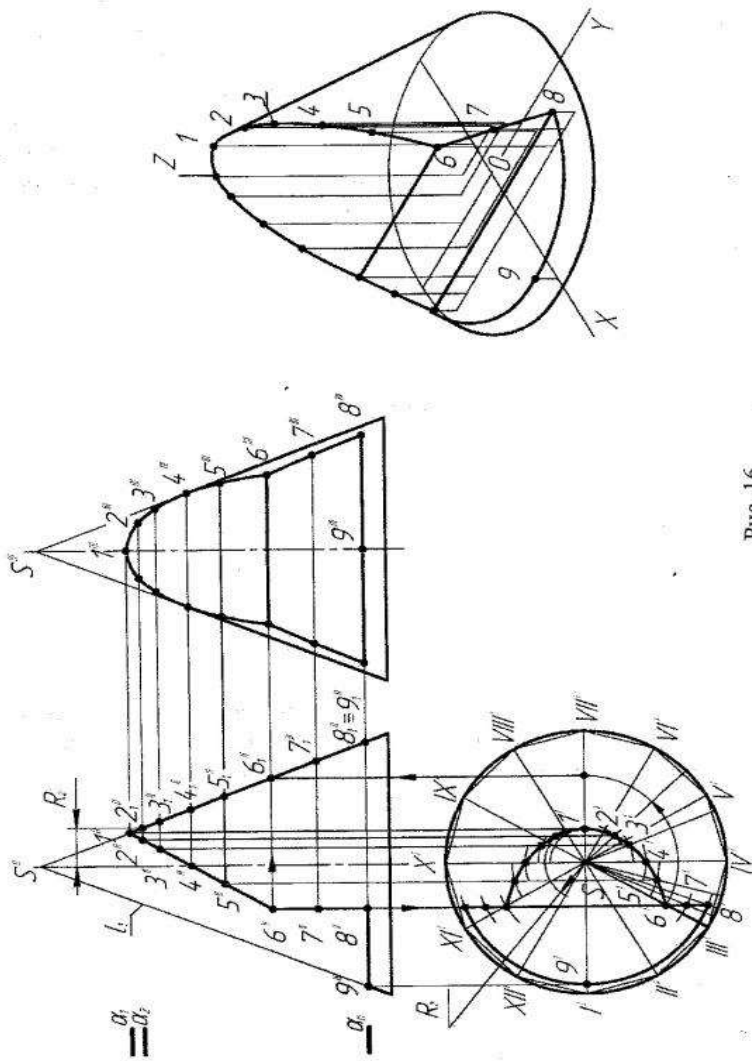


Рис. 16

Для упрощения построения в поверхность конуса вписана двенадцатиугольная пирамида и развертывание осуществляется аналогично развертыванию боковой поверхности пирамиды. Перед нанесением точек фигуры сечения необходимо найти натуральные величины отрезков от вершины конуса до точек. На рис. 16 показан пример нахождения натуральной величины отрезка  $S''6$  точки 6 вращением вокруг горизонтально-проецирующей прямой, помещенной в точку  $S'$ . Аналогично найдены натуральные величины остальных отрезков, кроме  $S9$  и  $S1$ , так как они спроецированы в натуральную величину на фронтальную плоскость проекций и могут быть непосредственно измерены. Натуральную величину  $S4$  можно определить на профильной плоскости проекций.

### ЗАДАНИЕ 3

*Задача 5.* Построить три проекции геометрического тела со сквозными взаимно-перпендикулярными отверстиями с изображением линий пересечения поверхностей, ограничивающих отверстия, с поверхностью заданной геометрической фигуры и друг с другом.

Выполнить целесообразные разрезы.

Указания. Задание выполняется на листах чертежной бумаги формата А3 в масштабе 1 : 1, индивидуальные задания выбираются согласно номеру варианта из прил. 2.

#### Основные теоретические положения и примеры решения задачи 5

Основные теоретические положения для решения задачи приведены в предыдущем разделе пособия, так как построение чертежа геометрического тела с двойным проницанием сводится к построению точек и линий на поверхности. Решение этих задач осуществляют в нижеуказанной последовательности.

1. Строят проекции геометрических тел со сквозными отверстиями.
2. Выясняют характер линий взаимного пересечения поверхностей.
3. Определяют характерные точки линий взаимного пересечения поверхностей и строят их проекции.
4. Намечают достаточное количество промежуточных точек и строят их проекции.
5. Соединяют построенные точки между собой в нужной последовательности.
6. Выполняют целесообразные разрезы.



Пример 1. Задан круговой цилиндр с двумя отверстиями: цилиндрическим фронтально-проецирующим и призматическим горизонтально-проецирующим. Построить три проекции данного геометрического тела с изображением линий взаимного пересечения поверхностей (рис. 17).

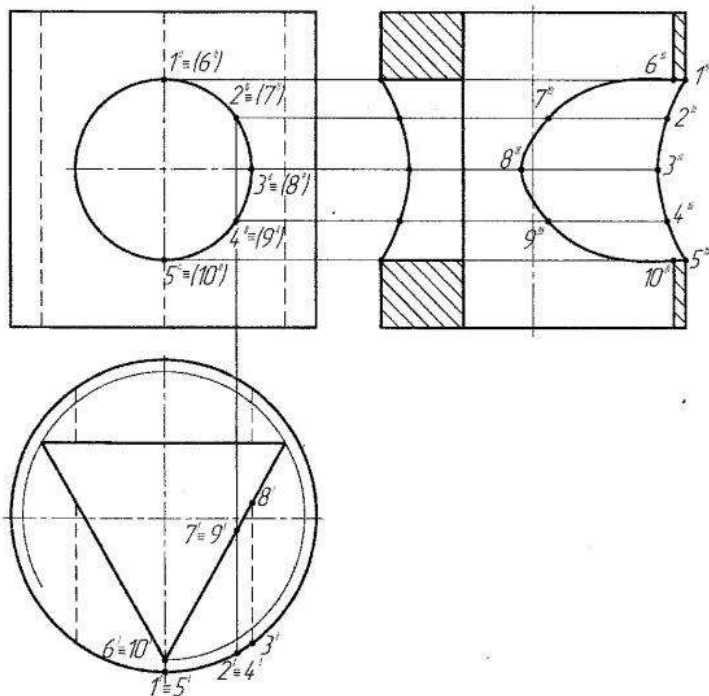


Рис. 17

Проанализируем характер линий пересечения. Две цилиндрические поверхности пересекаются по кривым линиям, фронтальные их проекции совпадают с фронтальной проекцией цилиндрического отверстия, а горизонтальные проекции – с горизонтальной проекцией заданного цилиндра. Так как обе кривые одинаковы и ветви их симметричны, то на рис. 17 обозначены точки только правой ветви передней кривой пересечения. Характерными (опорными) являются точки 1, 5 и 3 пересечения верхней, нижней и крайней правой образующих

цилиндрического отверстия с поверхностью заданного цилиндра. В качестве промежуточных намечены точки 2 и 4. Отмечаем фронтальные проекции указанных точек и по линиям связи строим их горизонтальные и профильные проекции. Призматическое отверстие пересекает цилиндрическое по трем кривым линиям, задняя грань призмы – по окружности, а две боковые грани – по эллиптическим кривым. Фронтальные проекции кривых совпадают с фронтальной проекцией цилиндрического отверстия, а горизонтальные – с горизонтальной проекцией призматического отверстия. Опорными точками являются: точки 6 и 10 пересечения переднего ребра призмы с поверхностью цилиндрического отверстия и точка 8 пересечения крайней правой образующей цилиндрического отверстия с боковой гранью призмы. Промежуточные точки – 7 и 9. Построение проекций точек производится, как и в предыдущем случае, по линиям связи.

**П р и м е р 2.** На рис. 18 изображен усеченный круговой конус с горизонтально-проецирующим цилиндрическим и фронтально-проецирующим пятигранным призматическим отверстиями. Нижняя грань призмы пересекает поверхность конуса по дугам окружности, верхние боковые и нижние боковые грани – по эллиптическим кривым. Опорные точки 1, 4, 6 являются точками пересечения ребер призмы с поверхностью конуса; точка 7 характерна тем, что лежит на крайней образующей (главном меридиане) на профильной плоскости проекций; 2, 3 и 5 – промежуточные точки. Отмечаем сначала фронтальные проекции точек. Горизонтальные их проекции строим при помощи параллелей (окружностей) конуса, лежащих в горизонтальных плоскостях. На рисунке показано построение точек 2 и 5, лежащих в плоскостях  $\alpha$  ( $\alpha''$ ) и  $\beta$  ( $\beta''$ ).

Профильные проекции точек строим по их фронтальным и горизонтальным проекциям при помощи линий связи. На рис. 18 показано построение одной из ветвей с точками 8, 9 и 10.

**П р и м е р 3.** На рис. 19 сфера пересекается горизонтально-проецирующим цилиндрическим и фронтально-проецирующим призматическим отверстиями. Сфера и цилиндр как соосные поверхности вращения пересекаются по окружностям, фронтальные и профильные проекции которых изображены отрезками прямых, а горизонтальная – окружностью, совпадающей с горизонтальной проекцией цилиндра. Верхняя и нижняя грани призматического отверстия пересекают поверхность сферы по дугам окружностей. Дуги окружностей от пересечения с верхней и нижней гранями проецируются на горизонтальную плоскость проекций дугами окружностей, а на профильную плоскость –

отрезками прямых. Линии от пересечения с боковыми гранями призмы проецируются на горизонтальную и профильную плоскости проекций частями эллипсов.

На рис.18 показано построение одной дуги с точками 1, 2, 3, 4, 5, опорные точки 1 и 5 являются точками пересечения ребер призмы с поверхностью сферы. Точка 3 характерна тем, что лежит на экваторе сферы, 2 и 4 – промежуточные точки.

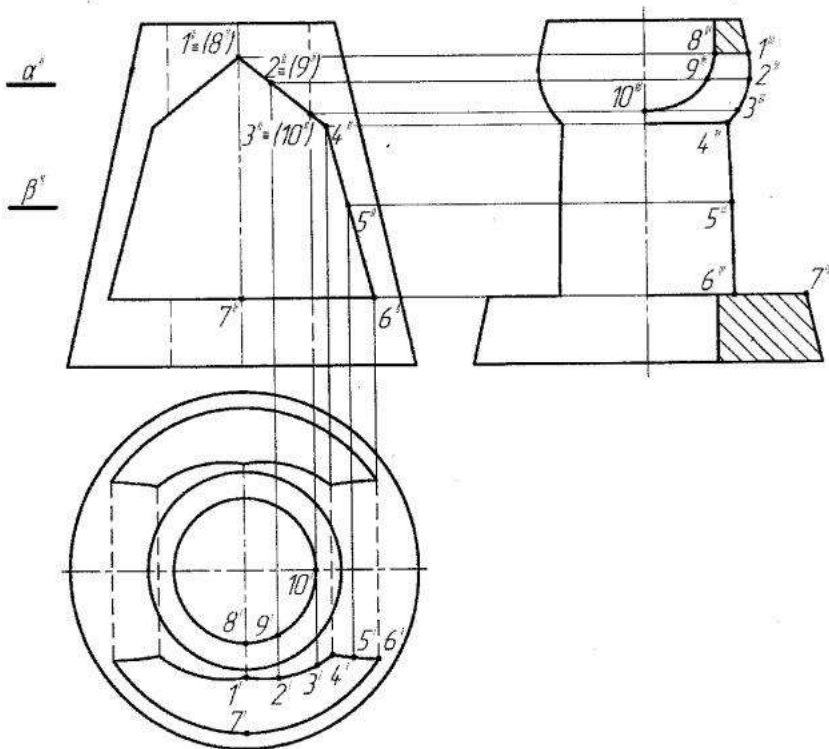


Рис. 18

Отмечаем сначала фронтальные проекции точек. Горизонтальные их проекции построены с помощью параллелей сферы, лежащих в горизонтальных плоскостях.

На рис. 19 показано построение точек 1 и 2, лежащих в плоскостях  $\alpha_1$  ( $\alpha''_1$ ),  $\alpha_2$  ( $\alpha''_2$ ).

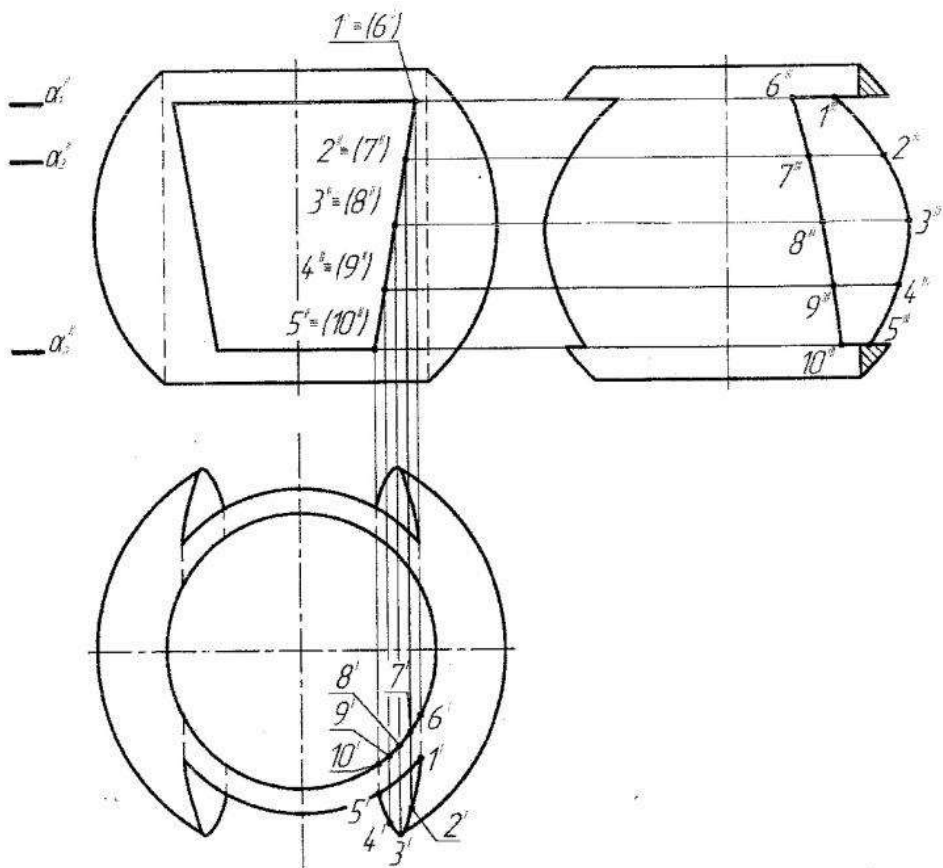
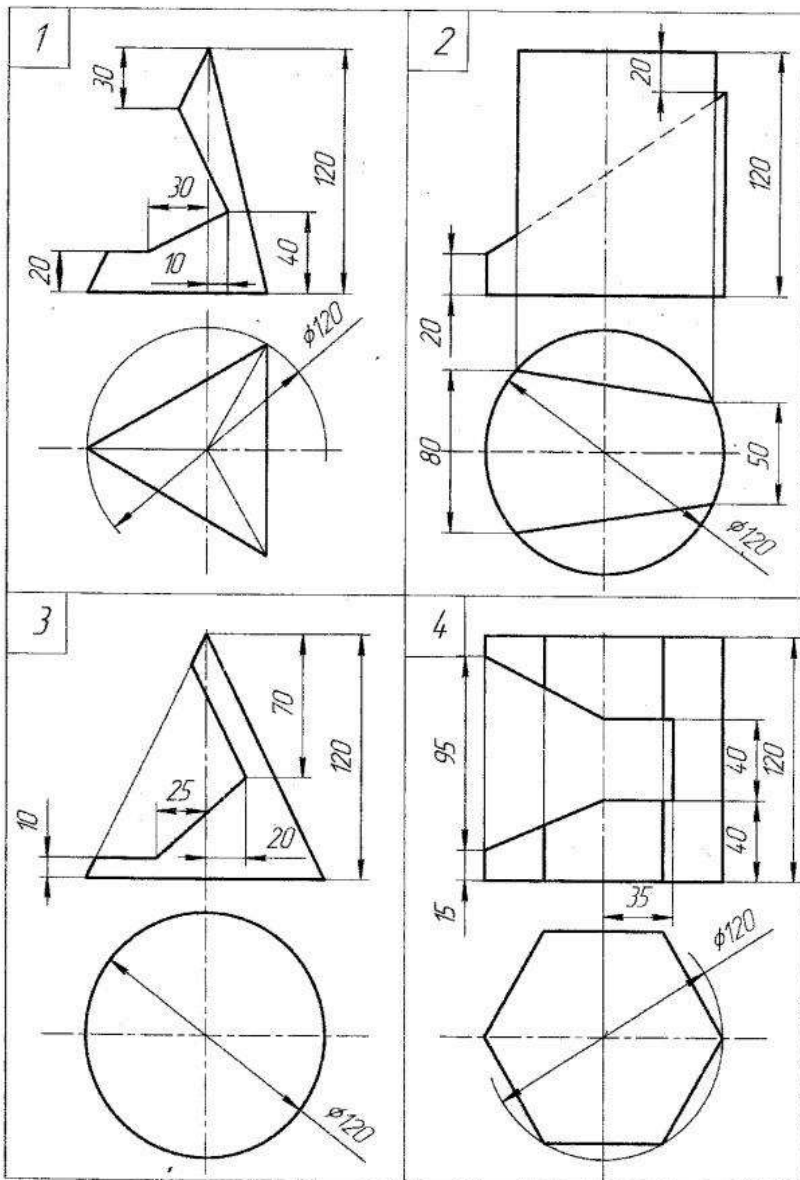
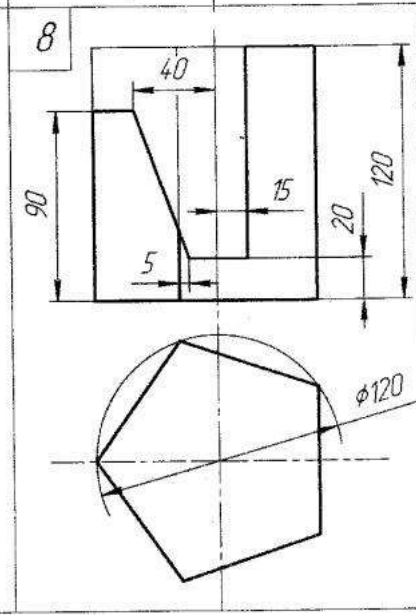
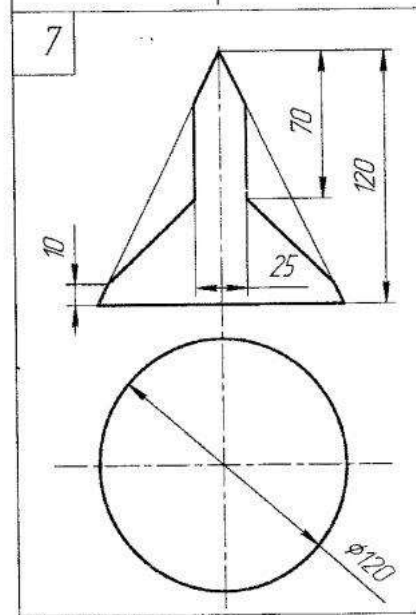
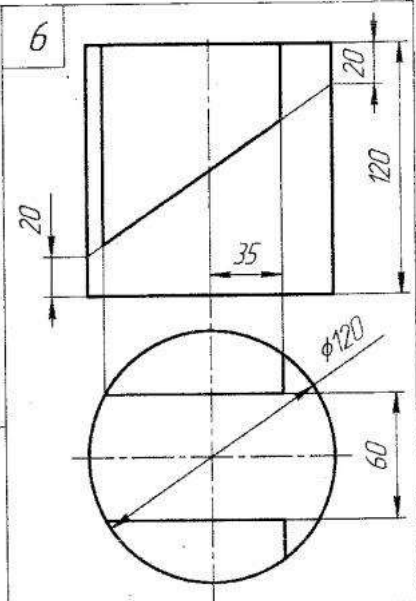
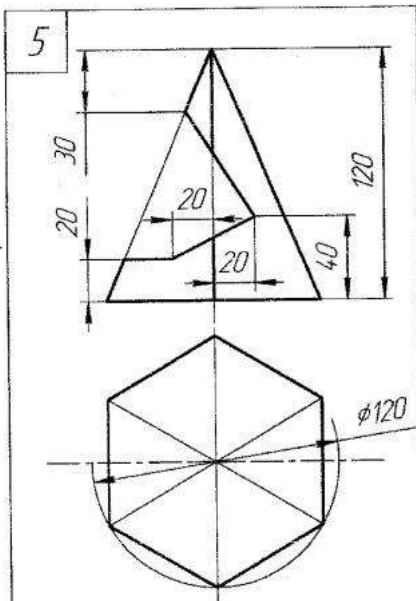


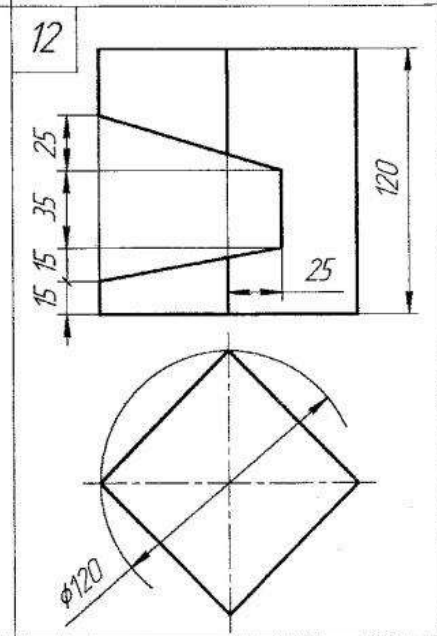
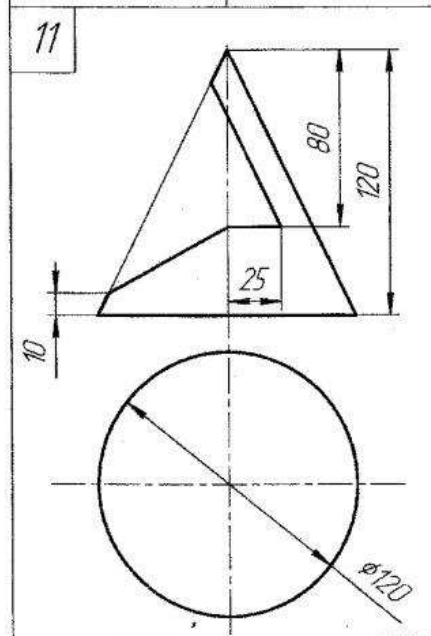
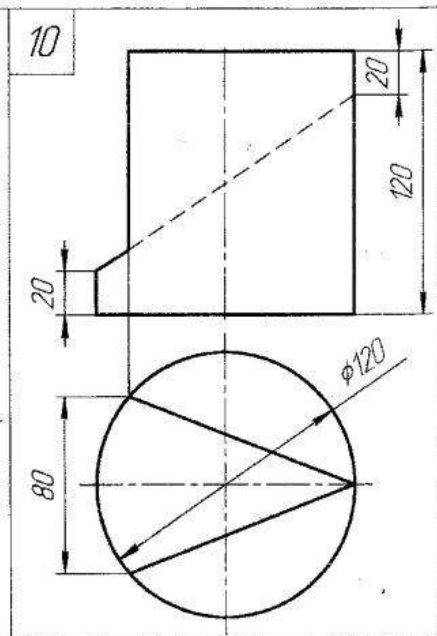
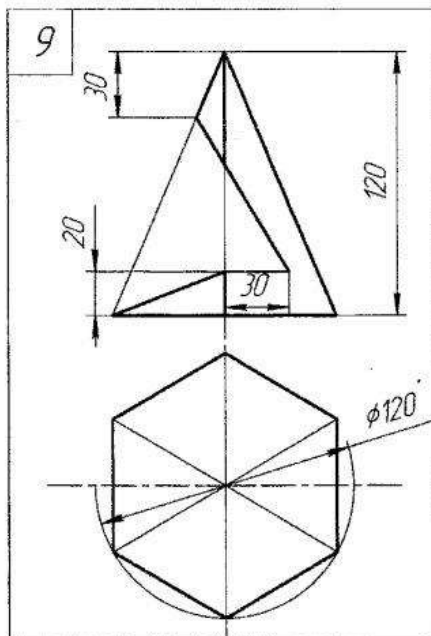
Рис. 19

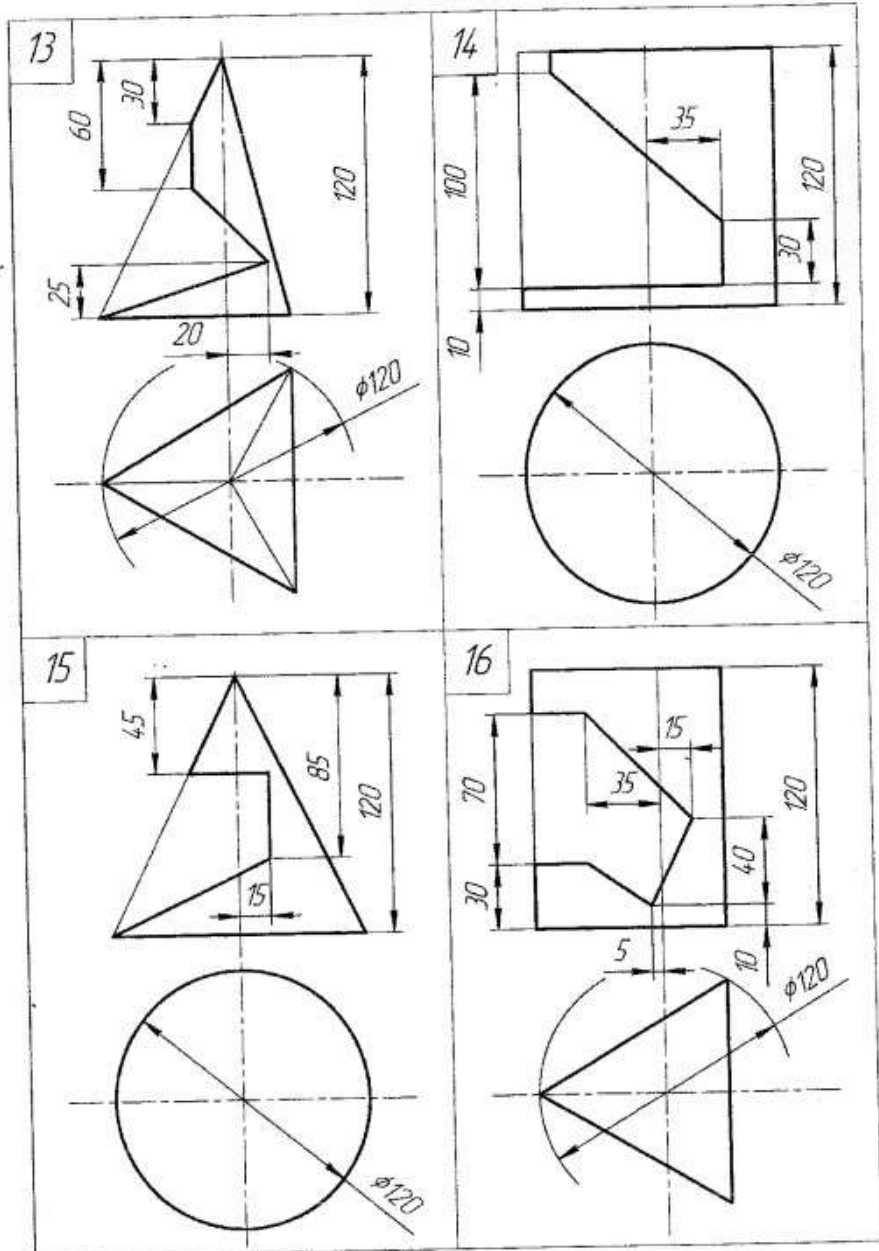
Горизонтальные грани призматического отверстия пересекают андрическое отверстие по дугам окружностей, а боковые грани — эллиптическим кривым. На рисунке показано построение одной из кривых пересечения с точками 6, 7, 8, 9, 10.

ПРИЛОЖЕНИЕ I

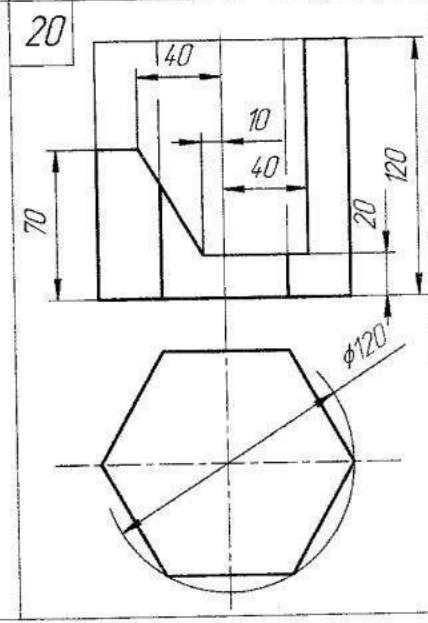
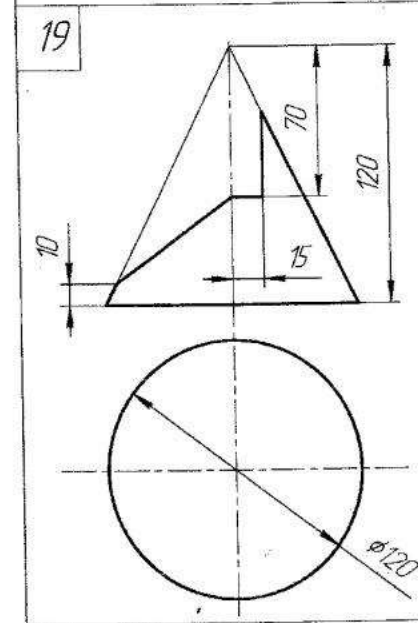
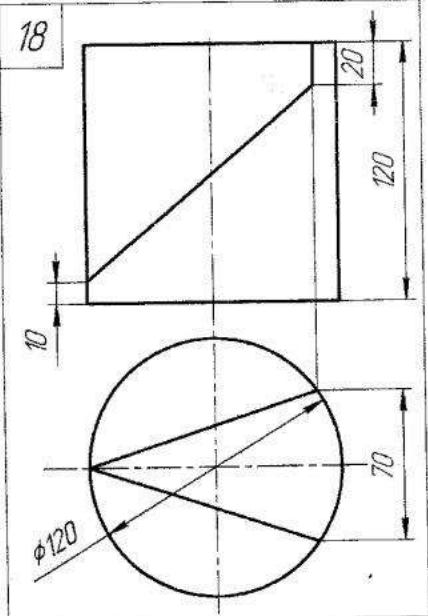
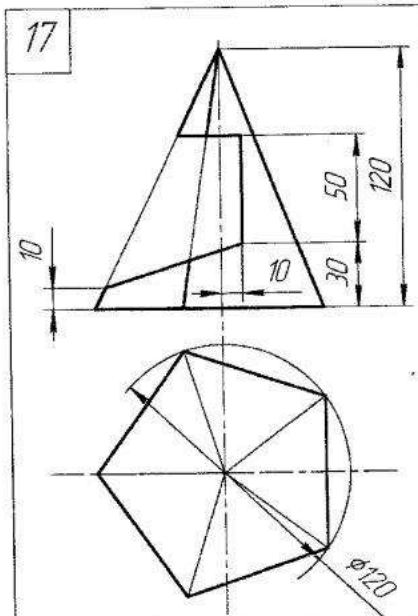


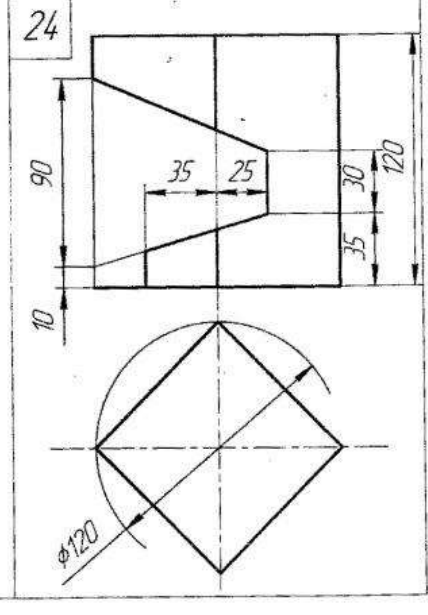
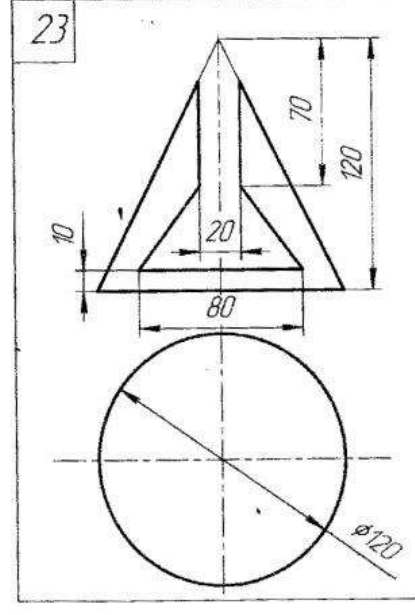
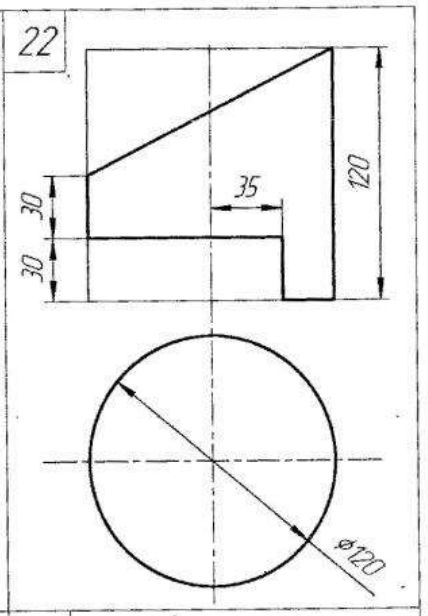
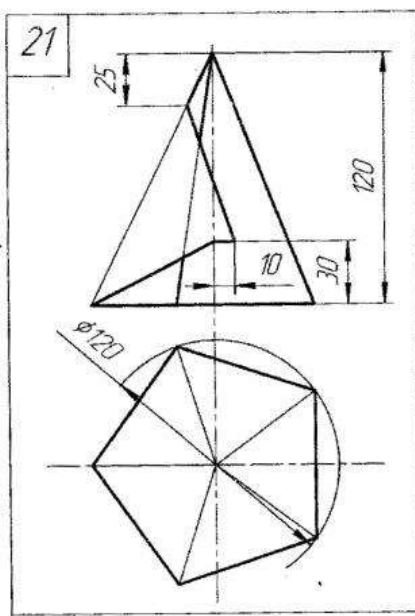


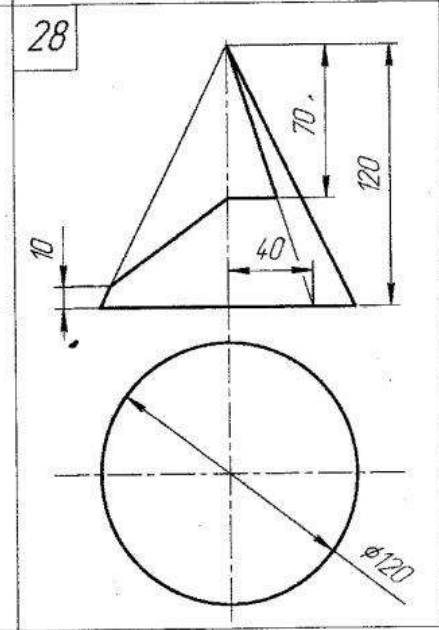
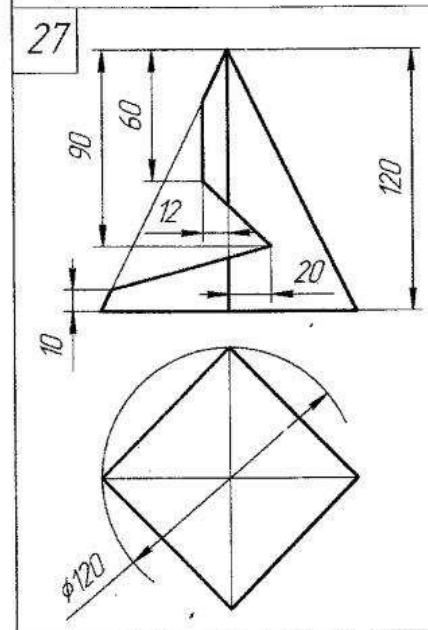
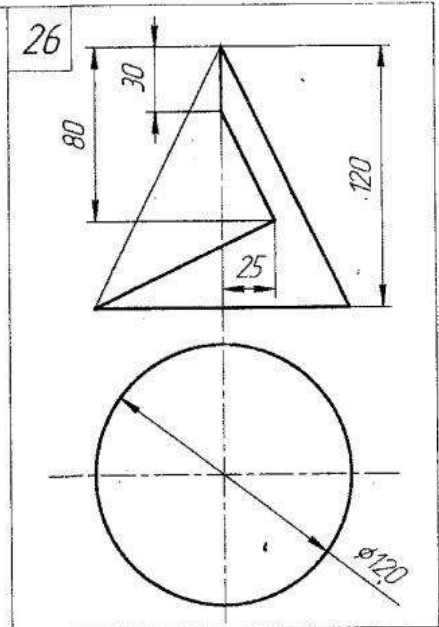
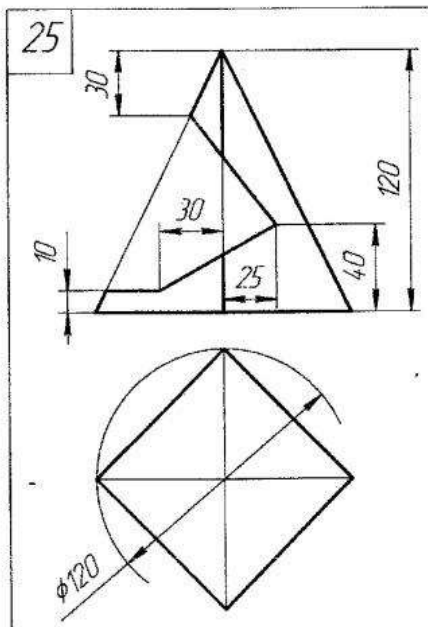


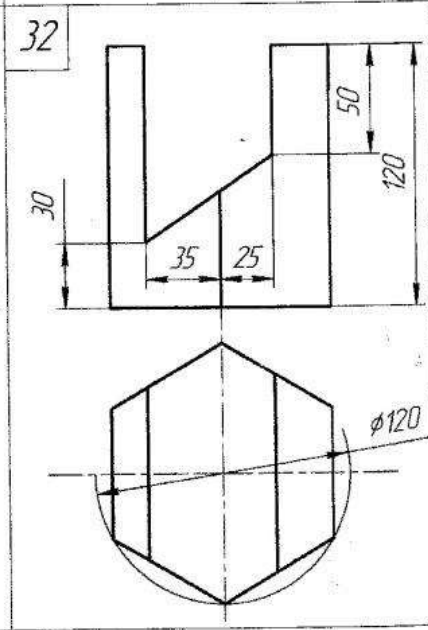
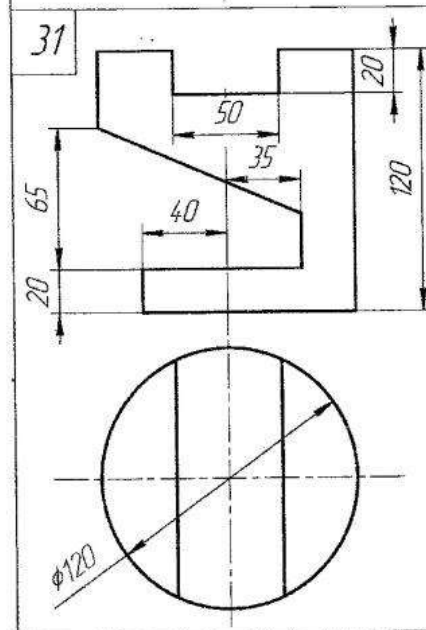
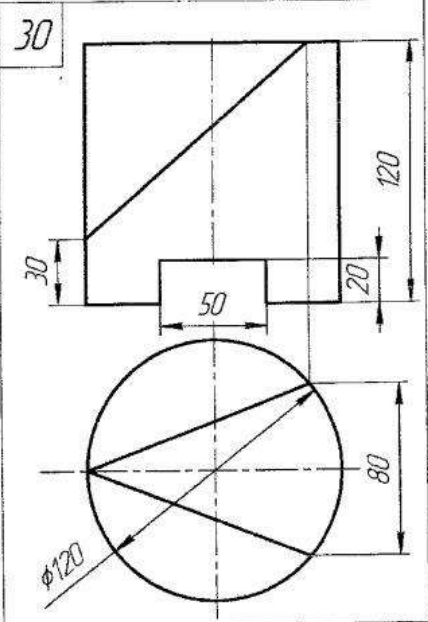
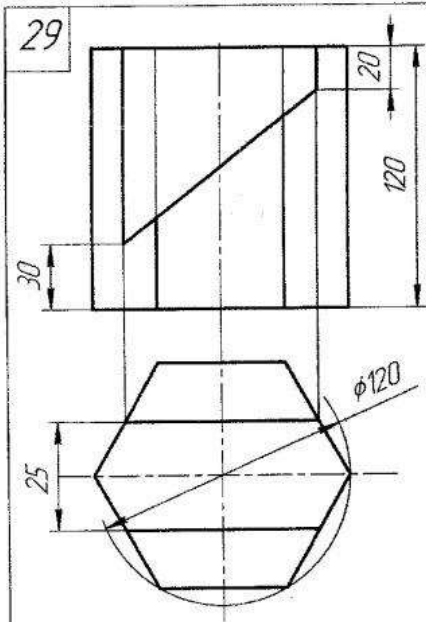




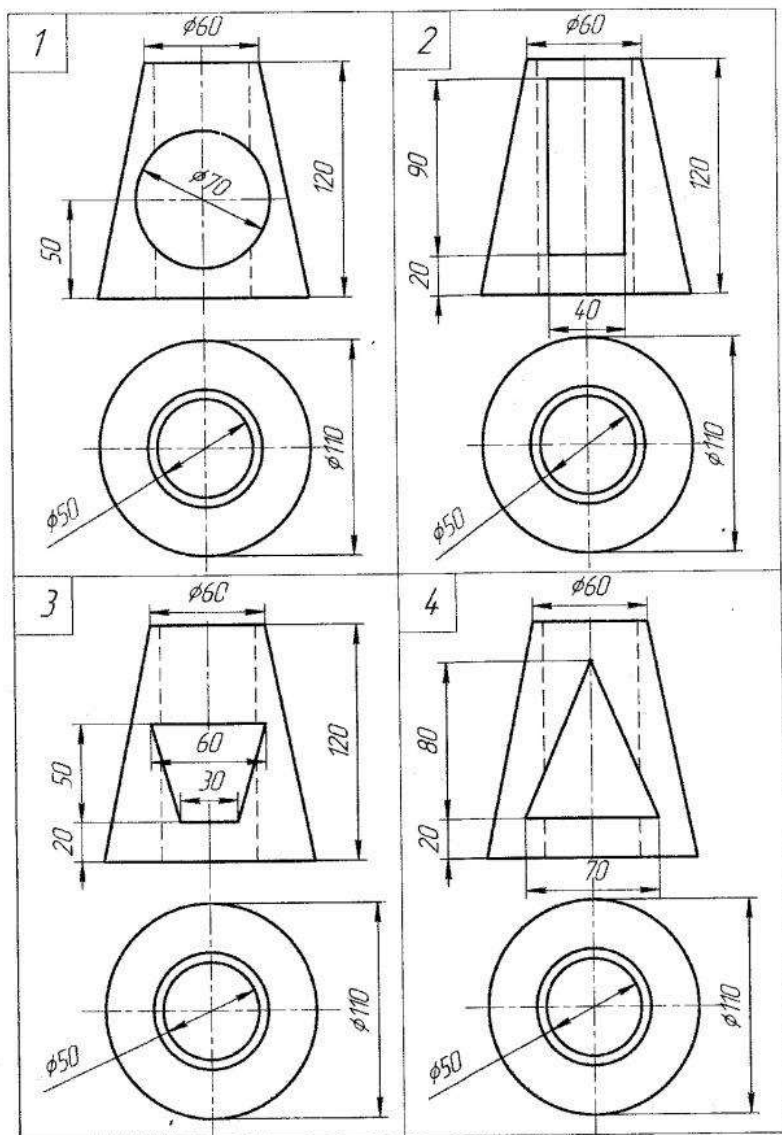


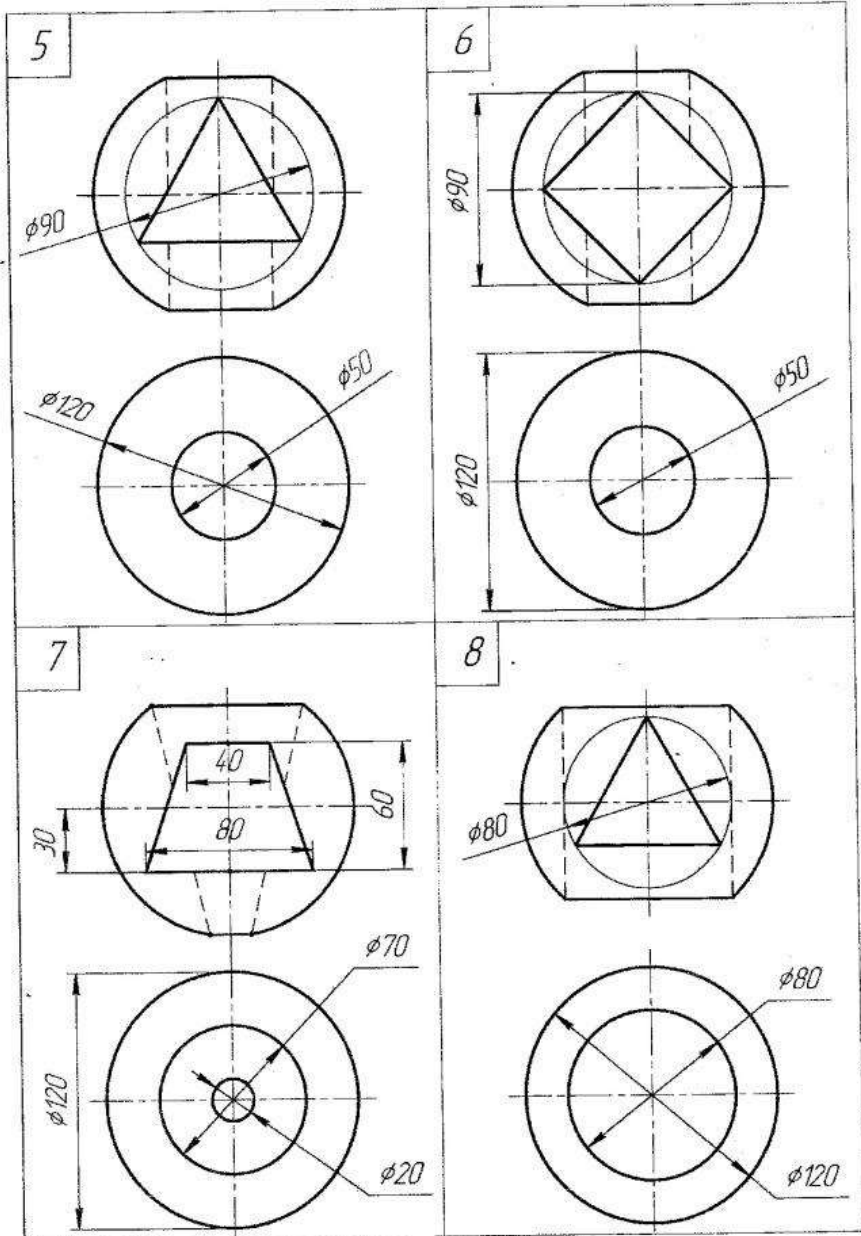


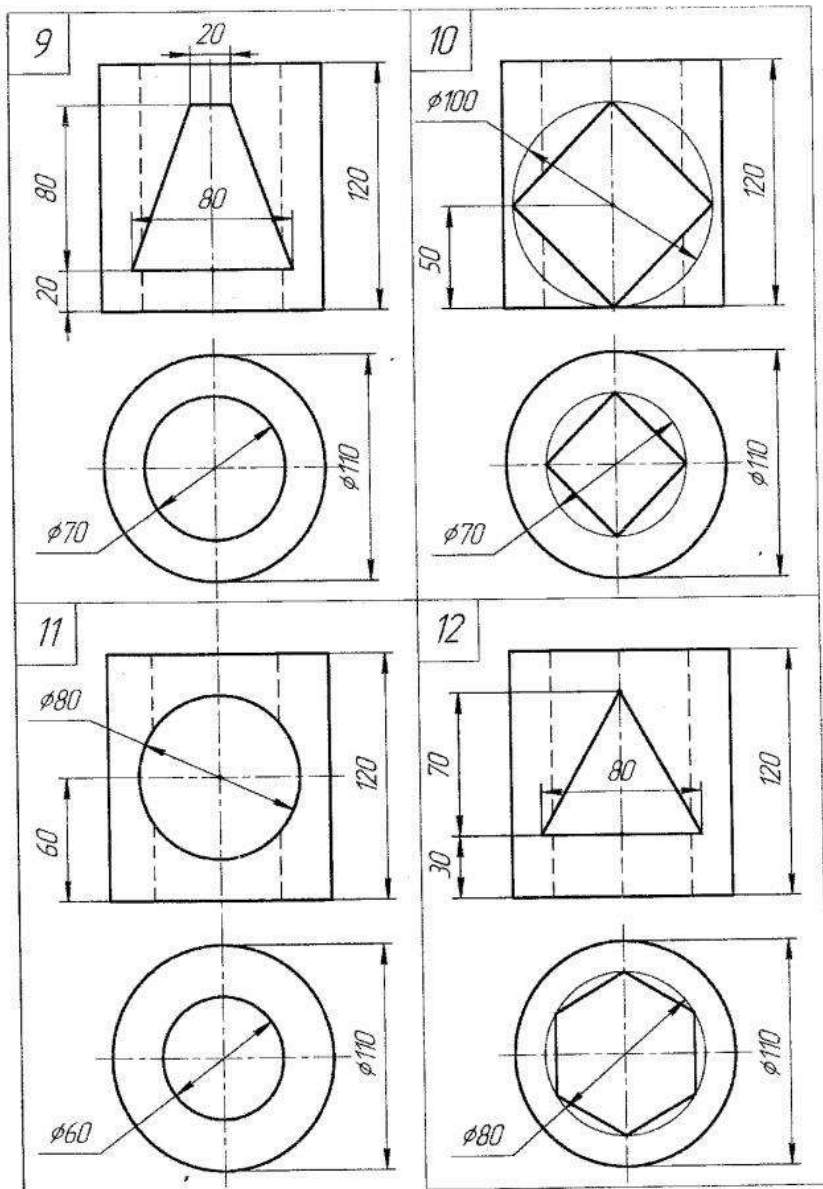


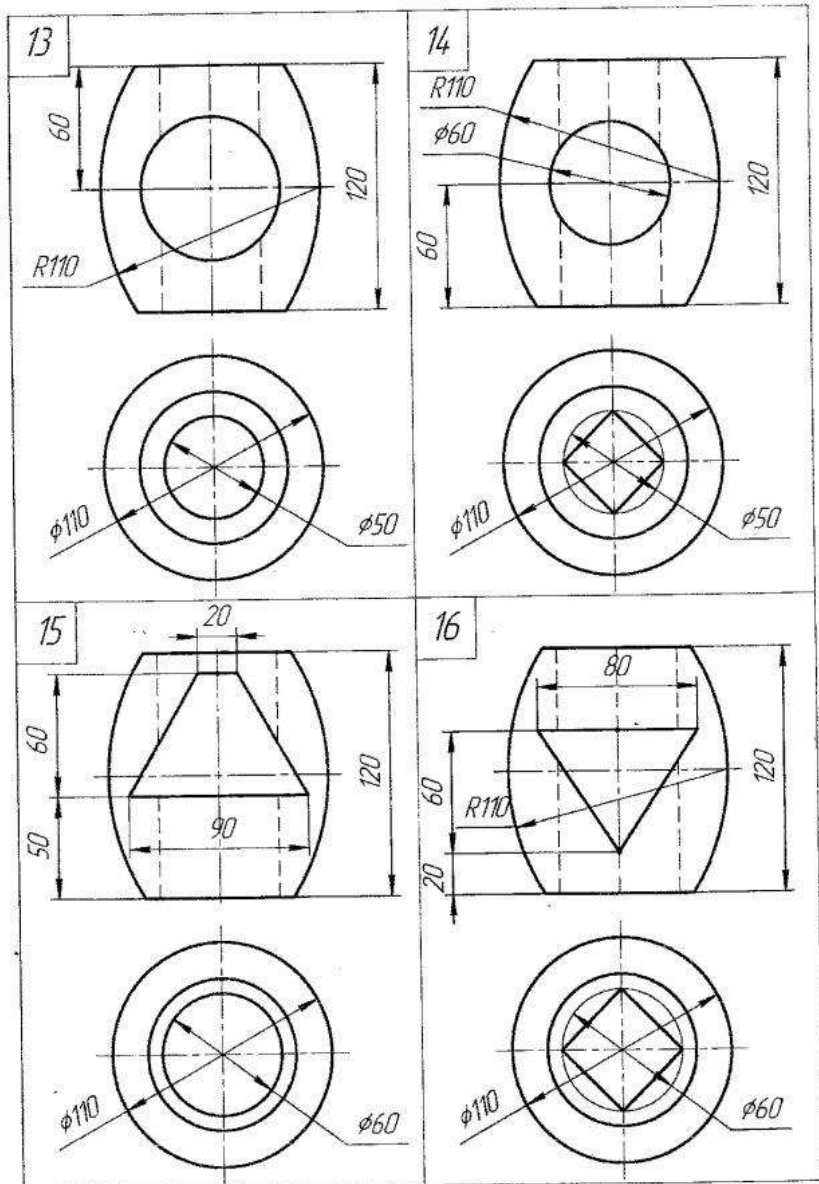


ПРИЛОЖЕНИЕ 2

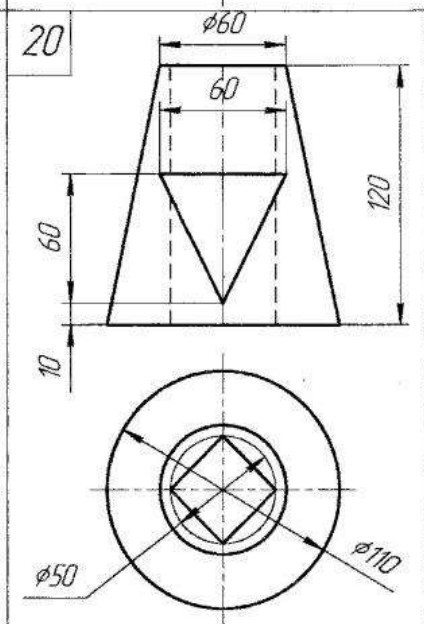
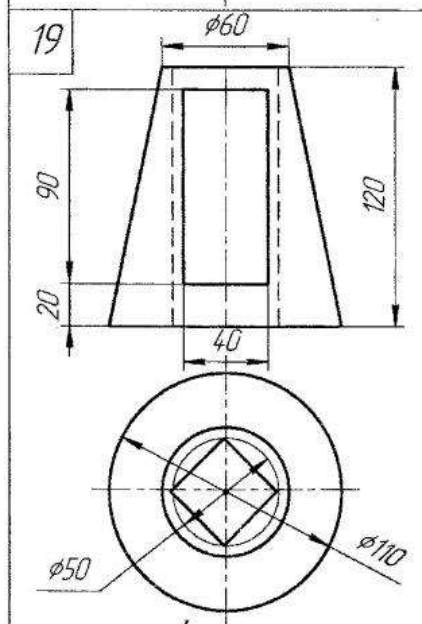
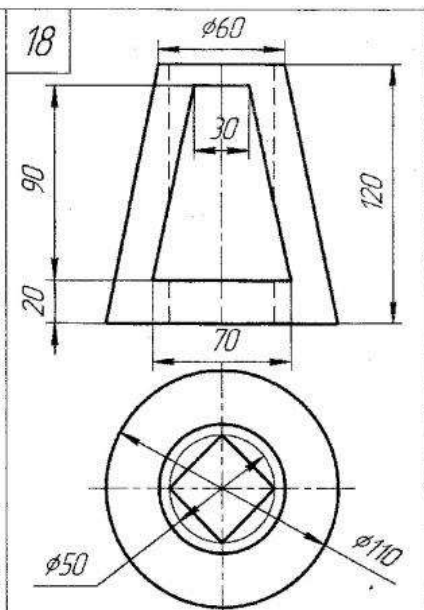
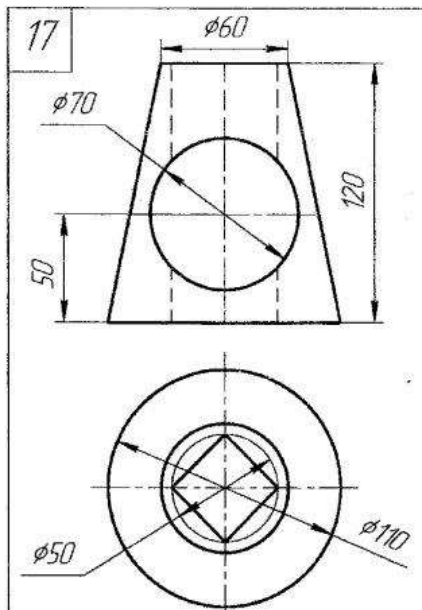


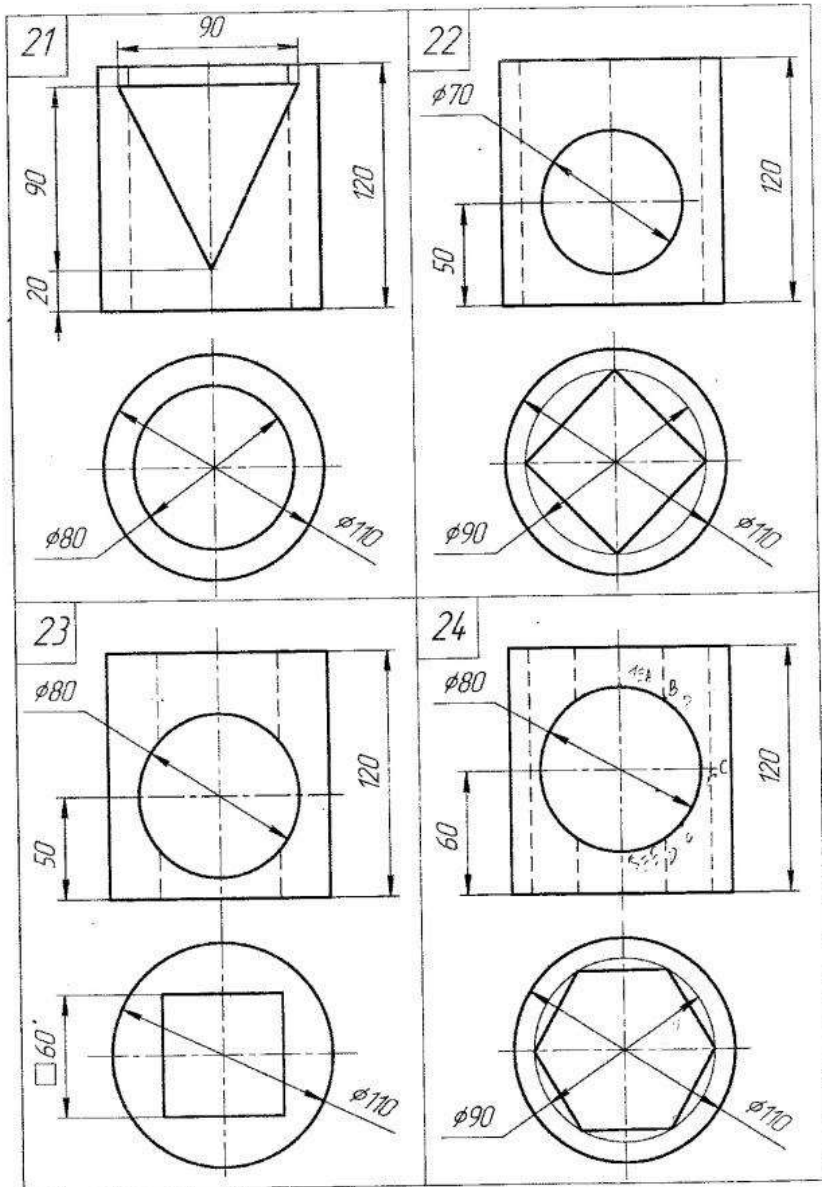




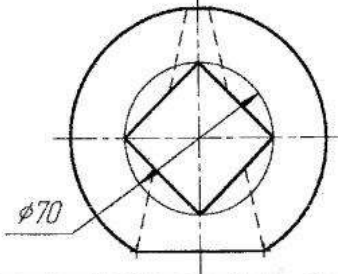
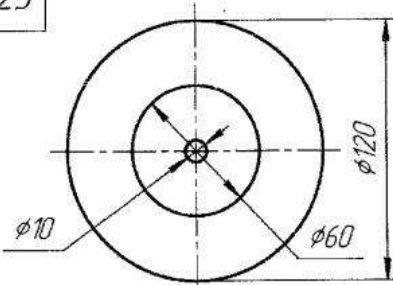




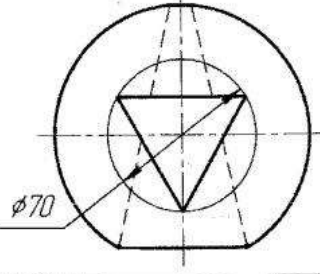
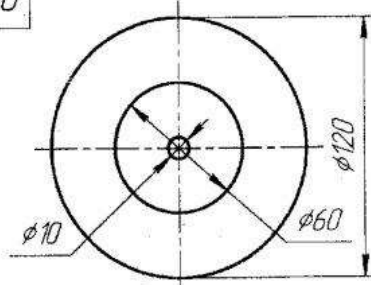




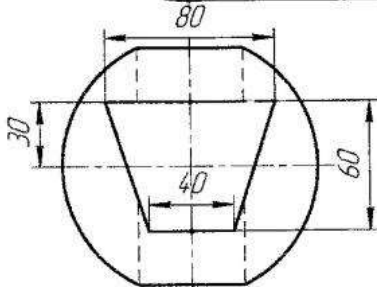
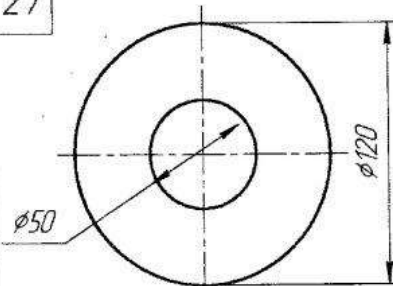
25



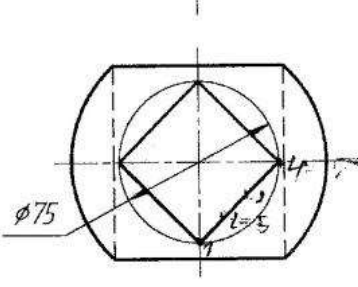
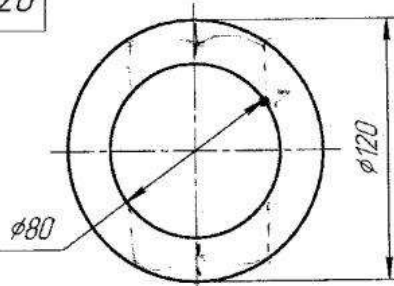
26



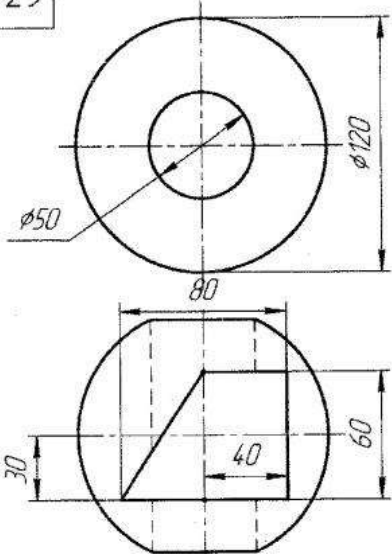
27



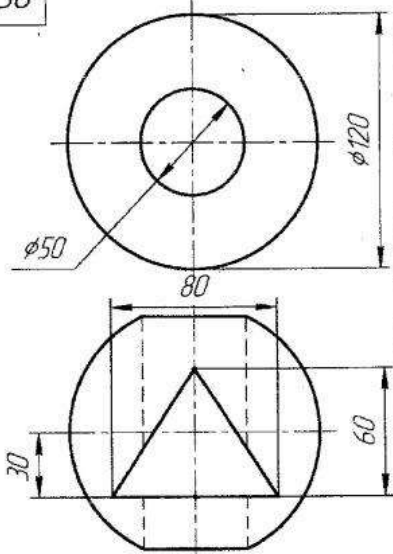
28



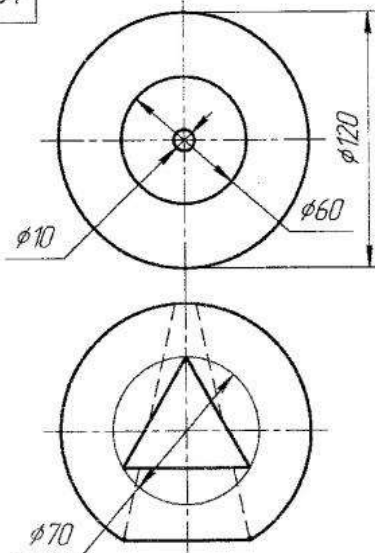
29



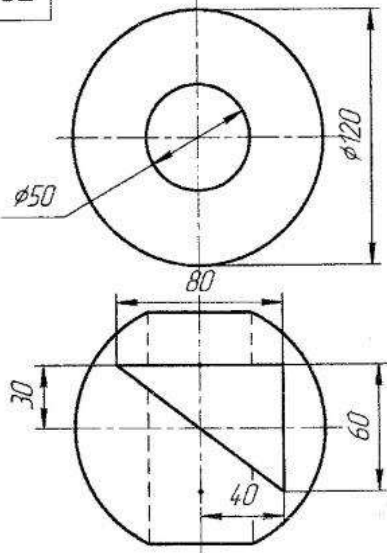
30



31



32



## ЛИТЕРАТУРА

1. Гордон, В. О. Курс начертательной геометрии: учеб. пособие / В. О. Гордон, М. А. Семенцов-Огиевский. – 26-е изд., стереотип. – М.: Высшая шк., 2004. – 272 с.

2. Гордон, В. О. Сборник задач по курсу начертательной геометрии: учеб. пособие / В. О. Гордон, Ю. Б. Иванов, Т. Е. Солнцева; под ред. Ю. Б. Иванова. – 8-е изд., стереотип. – М.: Высшая шк., 2002. – 320 с.

3. Павлова, А. А. Начертательная геометрия: учебник / А. А. Павлова. – М.: АСТ: Астрель, 2001. – 303 с.

4. Асновы начартальнай геаметрыі: метада. дапаможнік і індывід. заданні для самастойных работ / склад. Г. В. Сямёнаў [і інш.]. – Мінск: БДТУ, 2000. – 45 с.

5. Локтев, О. В. Задачник по начертательной геометрии: учеб. пособие / О. В. Локтев, П. А. Числов. – 4-е изд., стереотип. – М.: Высшая шк., 2002. – 104 с.

6. Чекмарев, А. А. Начертательная геометрия и черчение: учебник / А. А. Чекмарев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ВЛАДОС, 2005. – 471 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
Методические указания по выполнению домашних заданий.....	3
Задание 1.....	5
Задание 2.....	15
Задание 3.....	26
Приложение 1.....	31
Приложение 2.....	39
Литература.....	47

## НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Составители: **Бобрович** Владимир Аркадьевич  
**Бобровский** Сергей Эдуардович  
**Войтеховский** Борис Викторович

Редактор *Е. И. Гоман*

Компьютерная верстка *Б. В. Войтеховский*

Подписано в печать 24.03.2010. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>8</sub>.  
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 5,6. Уч.-изд. л. 2,9.  
Тираж 300 экз. Заказ *100*.

Отпечатано в Центре издательско-полиграфических  
и информационных технологий учреждения образования  
«Белорусский государственный технологический университет».  
220006. Минск, Свердлова, 13а.  
ЛИ № 02330/0549423 от 08.04.2009.  
ЛП № 02330/0150477 от 16.01.2009.